به نام خدا

دانشکده فنی و حرفه ای دختران شیراز- الزهرا

نام درس:

ایستایی 2

استاد:

بهاره شناسا

بهار 99

جلسه اول:

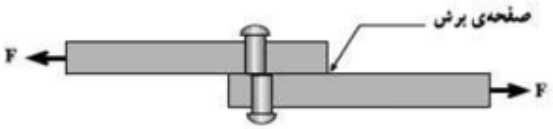
نیرو و تنش محوری:

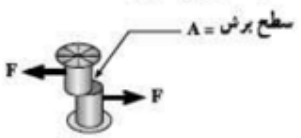
مقاومت مصالح شاخه ای از علم مکانیک است که رفتار اجسام جامد را تحت بارگذاری های مختلف بررسی می کند. در این درس می خواهیم اثر نیروها بر اجسام را بیشتر مورد بررسی قرار دهیم و رفتار آن ها را تحت تاثیر نیروهای مختلف تجزیه و تحلیل نماییم، با این فرض که جسم صلب نباشد، یعنی تغییر شکل اجسام مد نظر باشد که این موارد موضوع بحث مقاومت مصالح می باشد.

رفتار اجسام تحت بارهای مختلف عبارت است از:

1- رفتار کششی و فشاری

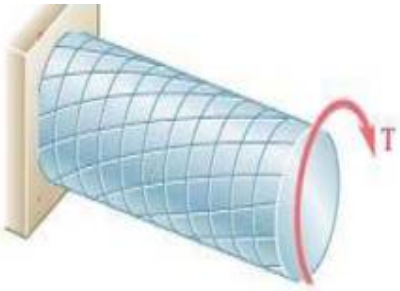
2- رفتار برشی

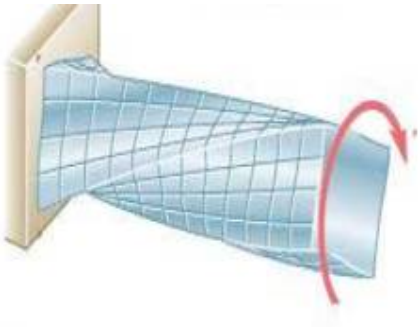




3- رفتار خمشی

4- رفتار پیچشی

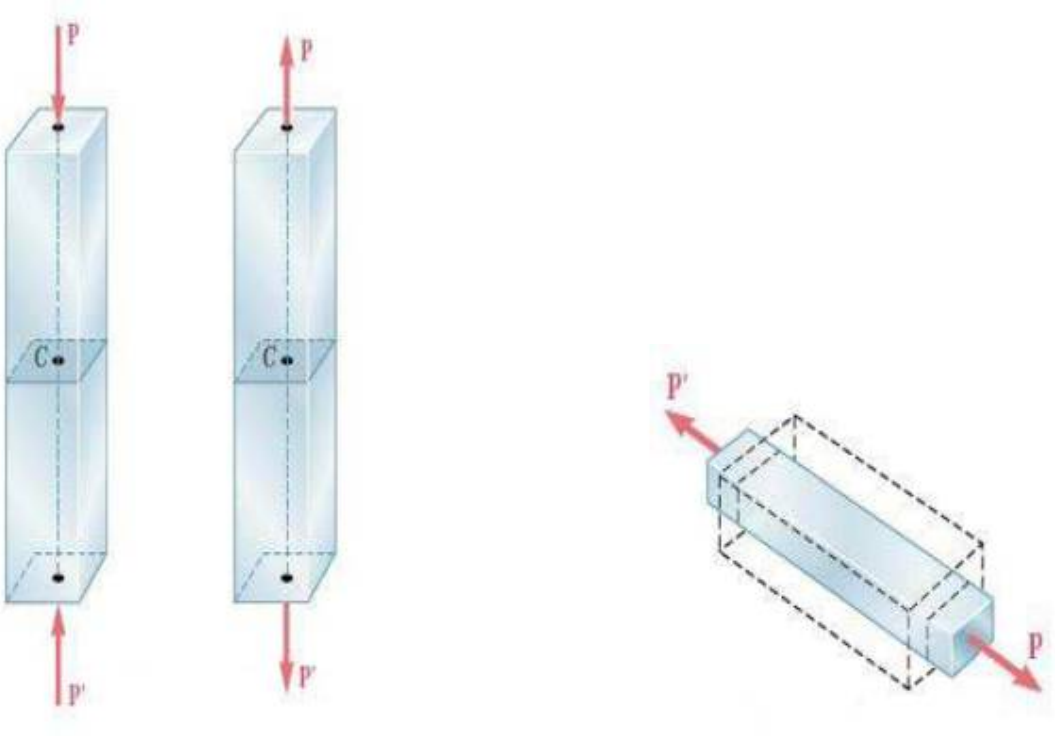




نیروهای محوری(Axial Load):

نیروهای محوری، نیروهایی هستند که در امتداد محور طولی اجسام و عمود بر سطح مقطع آن ها وارد می شوند.

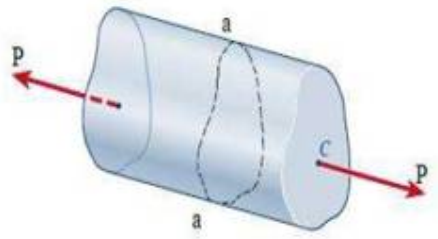
نیروهای محوری می توانند به صورت کششی یا فشاری به اجسام وارد شوند و در آن ها افزایش یا کاهش طول ایجاد نمایند. همان طور که در شکل رو به رو دیده می شود ، بارهای محوری ضمن افزایش یا کاهش طول، سبب کاهش یا افزایش ابعاد دیگر جسم نیز می شوند که در این فصل تنها به بررسی رفتار طولی آن ها می پردازیم.



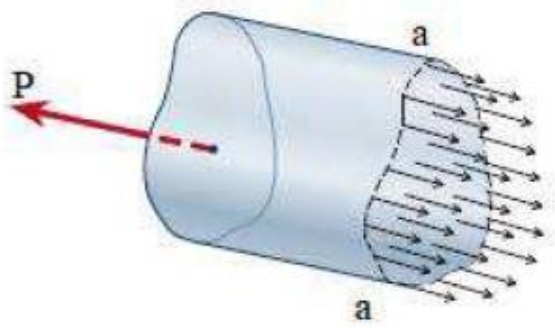
تنش محوری(Axial Stress):

میله منشوری مطابق شکل ارائه شده را در نظر بگیرید که تحت تاثیر نیروی کششی p واقع شده است.

به نظر شما اثر نیروی P در یک مقطع دلخواه مانند(a-a) به چه صورت خواهد بود؟



در پاسخ به این سوال باید اینطور تصور نمود که هر ذره جسم در مقطع (a-a) مقداری از نیروی p را تحمل می نماید و اثر این نیرو در مقطع (a-a) مطابق شکل بعدی به صورت نیروهای گسترده دیده می شود.



به این نیروهای گسترده موجود در سطح مقطع (a-a) تنش گفته می شود. بنابراین می توان گفت:

نیروی وارد به واحد سطح، تنش نامیده می شود

چنانچه نیروی وارده نیروی محوری باشد، تنش ایجاد شده را تنش محوری نامیده و با رابطه زیر تعریف می شود:

$$\sigma = \frac{\pm P}{A}$$

σ: تنش محوری (فشاری یا کششی)

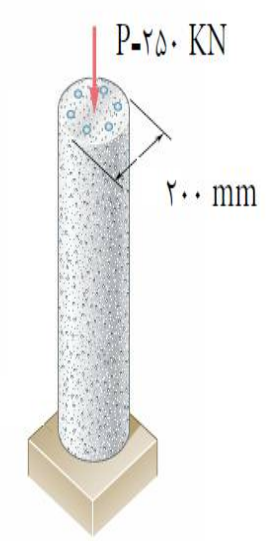
P: نیروی محوری (کششی با علامت + و فشاری با علامت -)

A: سطح مقطع

واحد تنش تسلیم در سیستم SI با توجه به رابطه آن، $\frac{N}{m^2}$ (پاسکال Pa) می باشد و بهتر است به منظور هماهنگی با آیین نامه ها در محاسبات از واحد $\frac{N}{mm^2}$ (مگاپاسکال MPa) استفاده شود.

جلسه دوم:

مثال ۱



ستونی کوتاه مطابق شکل روبه‌رو تحت تاثیر نیروی محوری $P=۲۵۰KN$ قرار دارد.

مطلوب‌است محاسبه تنش در پای ستون (از وزن ستون صرف نظر شود).

حل:

نیروی P فشاری است: $P=-۲۵۰KN=-۲۵۰\times۱۰۰۰=-۲۵۰۰۰۰\ N$

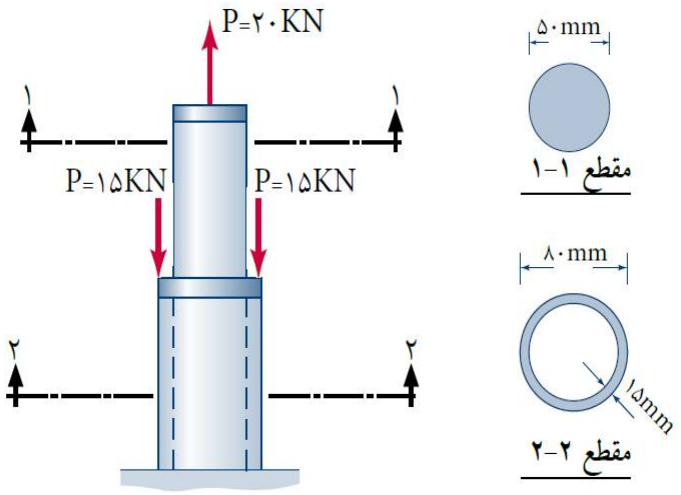
$$A=\frac{\pi d^{۲}}{۴}=\frac{\pi\times۲۰۰^{۲}}{۴}=۳۱۴۰۰\ mm^{۲}$$

$$\sigma=\frac{P}{A}=\frac{-۲۵۰۰۰۰}{۳۱۴۰۰}\Rightarrow \boxed{\sigma=-۷/۹۶\ \frac{N}{mm^{۲}}\ \text{یا}\ MPa}$$

علامت منفی نشانگر آن‌است که تنش محوری ایجاد شده فشاری می‌باشد.

مثال ۲

جسمی مطابق شکل تحت تأثیر نیروهای نشان‌داده شده قرار دارد. مطلوب‌است محاسبهٔ تنش در هر قسمت از جسم.



حل:

الف) تنش در مقطع ۱-۱

$$\begin{cases} P = ۲۰\ KN = ۲۰۰۰۰\ N \\ A = \dfrac{\pi\, D^{۲}}{۴} = \dfrac{۳/۱۴ \times ۵۰^{۲}}{۴} = ۱۹۶۲/۵\ mm^{۲} \end{cases}$$

$$\sigma_{۱} = \frac{P}{A} = \frac{۲۰۰۰۰}{۱۹۶۲/۵} \Rightarrow \boxed{\sigma_{۱} = ۱۰/۱۹\ MPa \quad \text{کششی}}$$

ب) تنش در مقطع ۲-۲

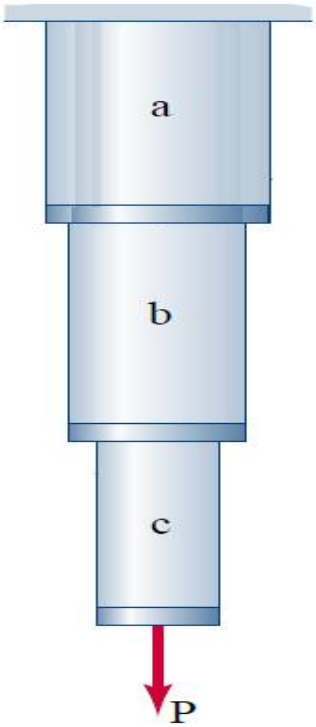
با توجه به شکل برآیند نیروهای وارد به مقطع (۲-۲) برابر است با:

$$\begin{cases} P = -۱۵ - ۱۵ + ۲۰ = -۱۰ KN = -۱۰۰۰۰\ N \\ A = \dfrac{\pi\, D^{۲}}{۴} - \dfrac{\pi\, d^{۲}}{۴} = \dfrac{۳/۱۴ \times ۸۰^{۲}}{۴} - \dfrac{۳/۱۴ \times ۵۰^{۲}}{۴} = ۳۰۶۱/۵\ mm^{۲} \end{cases}$$

$$\sigma_{۲} = \frac{P}{A} = \frac{-۱۰۰۰۰}{۳۰۶۱/۵} \Rightarrow \boxed{\sigma_{۲} = -۳/۲۷\ MPa \quad \text{فشاری}}$$

مثال ۳

قطعه پیوسته ای مطابق شکل تحت تاثیر نیروی کششی **P** قرار گرفته است، هرگاه نیروی **P** را به آرامی افزایش دهیم، احتمال گسیختگی در کدام یک از نواحی **a** و**b** و**c** بیشتر است؟ چرا؟



جواب:

با توجه به این که مقدار **P** در هر سه ناحیه ثابت است، با افزایش تدریجی نیروی **P** مطابق رابطه $\sigma = \frac{\pm P}{A}$ مقدار تنش در ناحیه **c** به‌دلیل سطح مقطع کوچک‌تر آن نسبت به نواحی **a** و **b** زودتر به تنشی می‌رسد که جسم دیگر قادر به تحمل آن نمی‌باشد.

جلسه سوم:

کرنش:

نسبت تغییر طول به طول اولیه در هر المان را کرنش می گویند که به اختصار آن را با ϵ نشان می دهند. کرنش یک پارامتر بدون بعد است.

$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$$

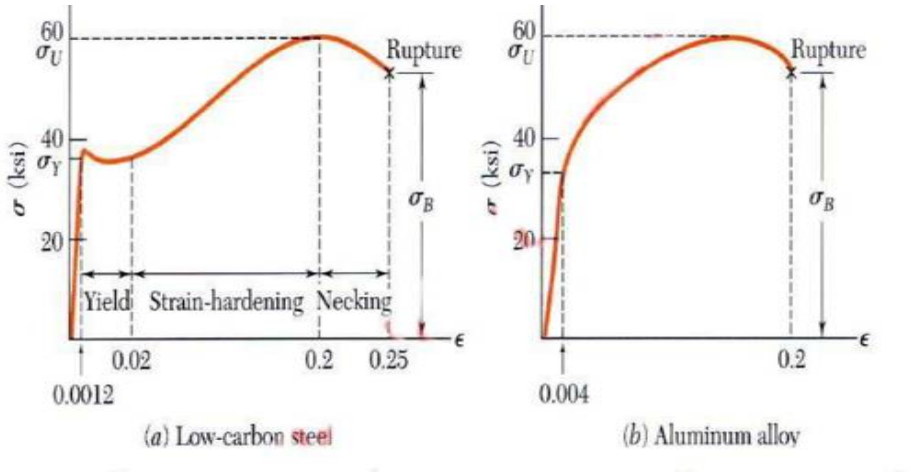
طبق فرمول:

ϵ: کرنش

ΔL : تغییر طول

L_0 : طول اولیه میله

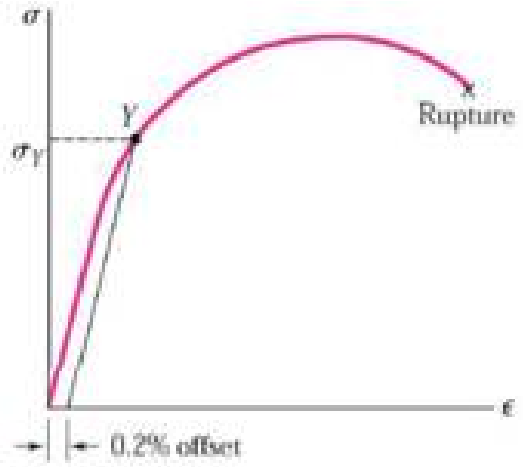
منحنی های تنش- کرنش:



به طور کلی نمودارهای تنش- کرنش به دو دسته مصالح تغییر شکل پذیر و مصالح ترد یا شکننده تقسیم می شوند.

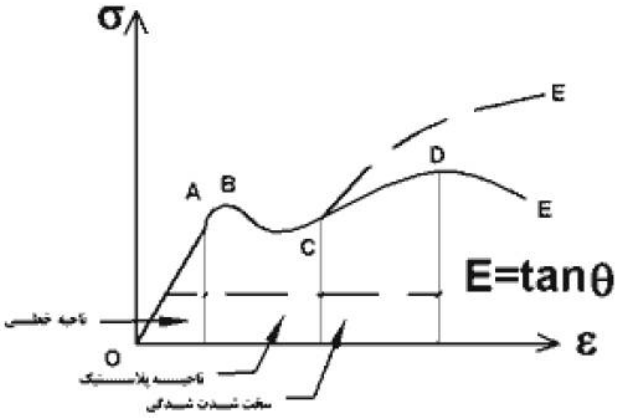
مصالح تغییر شکل پذیر نظیر فولاد ساختمانی و بسیاری از آلیاژهای فلزات دارای این ویژگی هستند که در دمای معمولی به حد تسلیم می رسند. در حین بارگذاری در لحظات اولیه با افزایش بار، طول نمونه به طور خطی نسبت به بار افزایش می یابد. بعد از رسیدن به نقطه تسلیم تغییر طول زیاد در برابر افزایش بسیار کم بار، رخ می دهد.

در مورد آلومینیم و بسیاری مصالح دیگر، رسیدن به حد تسلیم با به وجود آمدن قسمتی افقی در منحنی تنش- کرنش همراه نیست و تنش به طور غیر خطی تا رسیدن به تنش نهایی مرتباً افزایش می یابد. سپس کاهش مقطع عرضی در اثر تغییر مکان های جانبی پدید آمده و در نتیجه گسیختگی اتفاق می افتد.



قانون هوک در اعضای بار محوری:

تنش محوری با تغییر طول نسبی تناسب خطی دارد. این موضوع در مورد بسیاری از مصالح ساختمانی از جمله فولاد ساختمانی صدق می کند. از آزمایش کشش ساده یک قطعه فولادی با اعمال نیروی کششی شکل زیر حاصل خواهد شد.



A=تنش حد تناسب

B=تنش تسلیم

OA= ناحیه خطی

BC=ناحیه خمیری

C=تنش سخت شدگی کرنشی

D=تنش نهایی

E=تنش گسیختگی

مطابق شکل رابطه تنش، کرنش در محدوده OAتقریبا خطی است. بعد از نقطهAرفتار غیر خطی خواهد بود. بنابراین رابطه تنش، تغییر طول نسبی به فرم زیر نوشته می شود.

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \rightarrow \sigma = E.\varepsilon$$

ضریب E را مدول الاستیسیته یا ضریب ارتجاعی می نامند. که برای مصالح مختلف ساختمانی متفاوت است و در تعیین آن ها مدل های مختلف آزمایشگاهی به کار می رود. در فرمول بالا مقدار تنش با σ و تغییر طول نسبی با ϵ نشان داده می شود و ضریب E واحدی یکسان با σ دارد وϵ بدون بعد است.

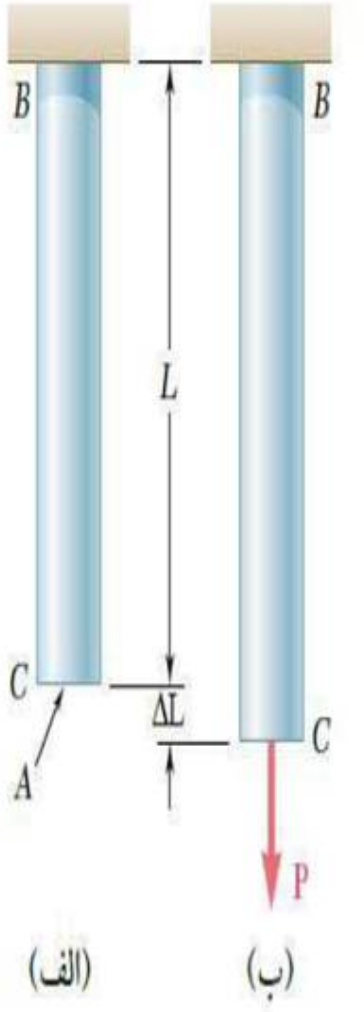
در جدول زیر ضریب ارتجاعی بعضی از مصالح آورده شده است.

مصالح	ضریب ارتجاعی $\frac{N}{mm^2}$ یا MPa
فولاد	۲×۱۰^۵
چدن	$۱/۲ \times ۱۰^۵$
آلومینیوم	$۰/۷ \times ۱۰^۵$
مس	۱×۱۰^۵

جلسه چهارم:

تغییر طول اجسام تحت تاثیر بارهای محوری:

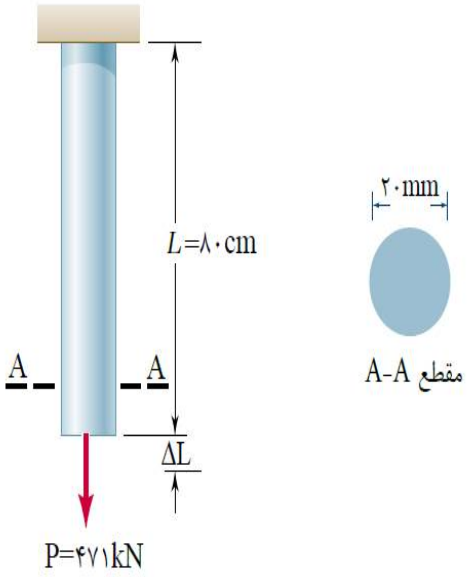
میله BC به طول L و سطح مقطع A مطابق شکل الف) مفروض است. اگر نیروی کششی p به آن وارد شودٍ سبب افزایش طول میله به اندازه ΔL خواهد شد که مقدارآن از رابطه زیر تعیین می شود.



$$\Delta L = \frac{PL}{AE}$$

مثال:

مطلوب‌است تغییر طول میله فولادی مطابق شکل زیر؛ اگر ضریب ارتجاعی میله $E = ۲\times۱۰^{۵}\ \frac{N}{mm^{۲}}$ باشد (از وزن میله صرف‌نظر می‌شود).



$$P = ۴۷۱\ KN = ۴۷۱۰۰۰\ N$$

$$L = ۸۰\ cm = ۸۰۰\ mm$$

$$A = \frac{\pi\ D^{۲}}{۴} = \frac{۳/۱۴\times۲۰^{۲}}{۴} = ۳۱۴\ mm^{۲}$$

$$E = ۲\times۱۰^{۵}\ \frac{N}{mm^{۲}}$$

$$\Delta L = \frac{P.\ L}{A.\ E} = \frac{۴۷۱۰۰۰\times۸۰۰}{۳۱۴\times۲\times۱۰^{۵}} \Rightarrow \boxed{\Delta L = ۶\ mm}$$

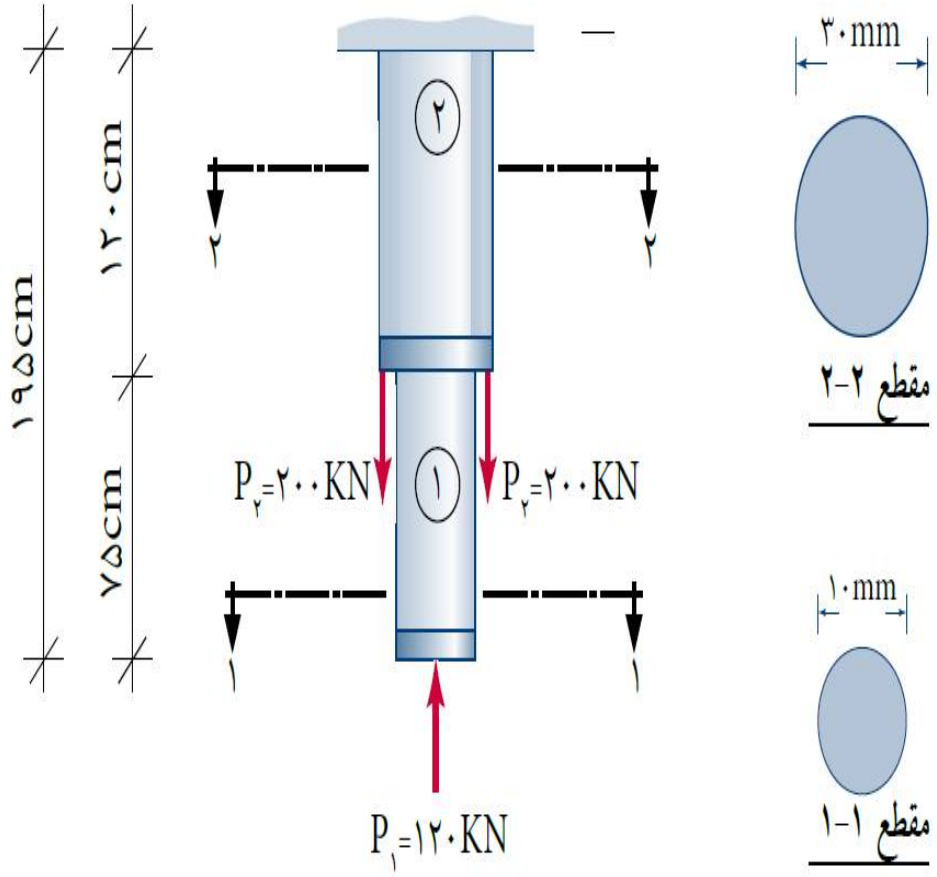
چنانچه جسم دارای مقطع و یا جنس یکنواخت نباشد و یا بارگذاری در نقاط مختلف انجام شود در این صورت آن را به بخش های مختلف تقسیم نموده و تغییر طول هر بخش را مطابق رابطه ارائه شده محاسبه می کنیم و برای محاسبه تغییر طول نهایی آن ها را با یکدیگر جمع جبری می نماییم یعنی:

$$\Delta L = \sum_{i=1}^{n} \frac{p_i L_i}{A_i E_i}$$

مثال:

تغییر طول کلی جسم فولادی مطابق شکل زیر را محاسبه کنید.

$$(E = ۲\times ۱۰^{۵}\ \frac{N}{mm^{۲}})$$



حل:

تغییر طول کلی جسم برابر است با جمع جبری تغییر طول هر یک از قطعات ① و ②

یعنی:

$$\Delta L_t = \Delta L_1 + \Delta L_2$$

الف) تغییر طول قطعه شماره ۱:

$P_1 = -120\ KN = -120000\ N$ نیروی **P** فشاری می‌باشد.

$$L_1 = 75\ cm = 750\ mm$$

$$A_1 = \frac{\pi D_1^2}{4} = \frac{3/14 \times 10^2}{4} = 78/5\ mm^2$$

$$E = 2 \times 10^5\ \frac{N}{mm^2}$$

$$\Delta L_1 = \frac{P_1 . L_1}{A_1 . E_1} = \frac{-120000 \times 750}{78/5 \times 2 \times 10^5}$$

$$\boxed{\Delta L_1 = -5/73\ mm}$$

با توجه به علامت منفی، طول قطعهٔ ① کاهش می‌یابد.

ب) تغییر طول قطعه شماره ۲:

$$P_۲ = ۲۰۰ + ۲۰۰ - ۱۲۰ = ۲۸۰\ KN = ۲۸۰۰۰۰\ N$$

$$L_۲ = ۱۲۰\ cm = ۱۲۰۰\ mm$$

$$A_۲ = \frac{\pi D_۲^{۲}}{۴} = \frac{۳/۱۴ \times ۳۰^{۲}}{۴} = ۷۰۶/۵\ mm^{۲}$$

$$E = ۲ \times ۱۰^{۵}\ \frac{N}{mm^{۲}}$$

$$\Delta L_۲ = \frac{P_۲ . L_۲}{A_۲ . E_۲} = \frac{۲۸۰۰۰۰ \times ۱۲۰۰}{۷۰۶/۵ \times ۲ \times ۱۰^{۵}}$$

$$\boxed{\Delta L_۲ = ۲/۳۸\ mm}$$

افزایش طول قطعهٔ (۲)

تغییر طول کلی جسم برابر است با:

$$\Delta L_t = \Delta L_۱ + \Delta L_۲ = -۵/۷۳ + ۲/۳۸ \Rightarrow \boxed{\Delta L_t = -۳/۳۵\ mm}$$

با توجه به علامت منفی، طول کل جسم کاهش می‌یابد.

جلسه پنجم:

خلاصه فصل:

- اجسام تحت تاثیر نیروهای مختلف، رفتارهای متفاوتی مانند رفتار کششی، فشاری، برشی و ... از خود نشان می‌دهند.
- نیروی محوری نیرویی است که در امتداد محور طولی اجسام و عمود بر سطح مقطع آن‌ها وارد می‌شود.
- نیروی وارد به واحد سطح را تنش می‌نامند.
- تنش محوری با رابطهٔ $\sigma = \frac{\pm P}{A}$ تعریف می‌شود و بر سطح مقطع جسم عمود است.
- واحد تنش در سیستم **SI** عبارت است از $\frac{N}{m^2}$.
- نیروهای محوری در اجسام، کاهش یا افزایش طول ایجاد می‌نمایند که از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\Delta L = \frac{P.\ L}{A.\ E}$$

- تغییر طول کلی اجسام از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

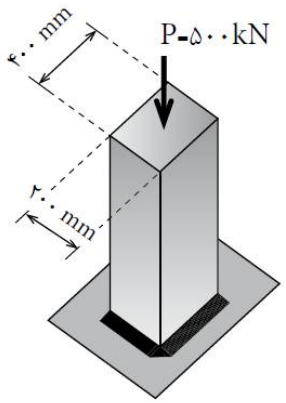
$$\Delta L = \sum_{i=1}^{n} \frac{P_i.\ L_i}{A_i.\ E_i}$$

- ضریب ارتجاعی یا مدول الاستیسیته اجسام به جنس آن‌ها بستگی داشته و با نماد E نمایش داده می‌شود و واحد آن، واحد تنش یعنی $\frac{N}{mm^2}$ یا **MPa** می‌باشد.

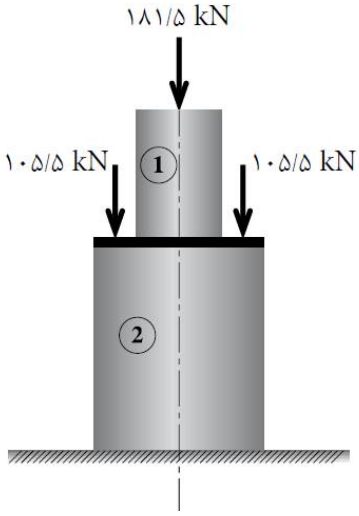
نمونه سوالات:

۱- لوستری به وزن **kN** ۵۰ از کابلی به قطر ۳۰ میلی‌متر اویزان است. مطلوب‌است محاسبهٔ تنش محوری کابل.

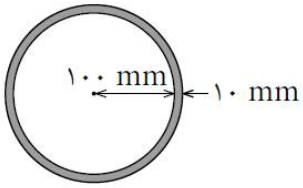
۲- ستونی مطابق شکل زیر تحت تأثیر بار محوری ۵۰۰ کیلونیوتن قرار دارد. مطلوب‌است محاسبهٔ تنش در پای ستون (از وزن ستون صرف‌نظر شود).



۳- ستونی از جنس بتن با مقطع دایره مطابق شکل تحت تأثیر سه نیرو قرار دارد. مطلوب‌است محاسبهٔ قطر هر یک از دو عضو فوقانی و تحتانی، در صورتی که خواسته باشیم تنش در هر عضو از **MPa** ۸ تجاوز نکند (از وزن اعضا صرف‌نظر شود).



۴- باری محوری برابر **kN** ۶۰۰ بر ستونی فلزی از لوله با ضخامت جداره ۱۰ میلی‌متر و قطر داخلی **mm** ۲۰۰ اثر می‌کند. مطلوب‌است محاسبهٔ تنش فشاری در ستون.



۵- نیرویی برابر **kN** ۱۰۰۰ بر یک صفحهٔ کف‌ستون (**Base Plate**) وارد می‌شود. اگر تنش زیر صفحه **MPa** ۵ باشد، مطلوب‌است محاسبهٔ ابعاد کف‌ستون در صورتی‌که، صفحهٔ کف‌ستون:

الف) مربع باشد

ب) نسبت طول به عرض آن ۱/۵ باشد

ج) دایره باشد.

-6

در شکل زیر اگر مقطع میله دایره‌ای به قطر **d** و جنس آن از فولاد باشد و خواسته‌باشیم $\Delta L = ۱/۵۹۲\ cm$ باشد، مطلوب‌است محاسبهٔ قطر میله (**d**). $(E = ۲\times۱۰^{۵}\ MPa)$