

۶۷) در یک آینه مقعر، فاصله جسم تا آینه ۱۰ cm است. اگر تصویر نسبت به جسم مستقیم و فاصله‌ی آن تا آینه ۱۵ cm باشد، فاصله

کانونی و شعاع آینه را مشخص کنید.

پاسخ:

نکته مهم: در آینه مقعر، فقط در حالتی تصویر مستقیم است که در پشت آینه قرار گیرد (یعنی تصویر مجازی باشد). از این رو در این مسئله

تصویر مجازی و علامت آن منفی خواهد شد.

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{10} - \frac{1}{15} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{3-2}{30} = \frac{1}{f} \longrightarrow \frac{1}{30} = \frac{1}{f} \longrightarrow f = 30 \text{ cm}$$

فاصله کانونی آینه

$$30 \times 2 = 60 \text{ cm}$$

شعاع آینه

۶۶) یک شی در ۱۲ سانتی متری یک آینه‌ی کروی قرار دارد. اگر بزرگ‌نمایی در این حالت برابر $\frac{1}{3}$ و تصویر پشت آینه باشد نوع

تصویر، نوع آینه و فاصله‌ی کانونی آن را مشخص کنید.

پاسخ:

چون نوع آینه مشخص نشده، از فرمول کلی آینه‌ها استفاده می‌کنیم. در این حالت چون تصویر در پشت آینه تشکیل شده است یعنی تصویر

مجازی است و باید برای تصویر علامت منفی منظور نماییم.

$$\begin{cases} p = 12 \text{ cm} \\ m = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$m = \frac{q}{p}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{q}{12} \xrightarrow{\text{نتیجه}} q = 4 \text{ cm} \quad \text{فاصله تصویر تا آینه}$$

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{12} - \frac{1}{4} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1-3}{12} = \frac{1}{f} \xrightarrow{\text{یعنی}} -\frac{1}{6} = \frac{1}{f} \xrightarrow{\text{یا}} f = -6$$

چون فاصله کانونی منفی به دست آمده یعنی آینه محدب است (فقط در آینه محدب، کانون منفی است).

راهنمایی: فاصله کانونی آینه ۶ سانتی متر است و علامت منفی فقط مجازی بودن کانون را مشخص می‌کند.

۶۵) در یک آینه محدب، فاصله جسم تا آینه ۱۰ cm است. اگر تصویر در فاصله ۴ سانتی متری آینه قرار گیرد شعاع آینه چقدر خواهد بود.

پاسخ

خلاصه مسئله

$$\begin{cases} \text{فاصله شیء } p = 10 \text{ cm} \\ \text{فاصله کانونی } f = 4 \text{ cm} \\ \text{فاصله تصویر } q = ? \end{cases}$$

چون آینه محدب است باید کانون و تصویر را در فرمول، منفی بگیریم.

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = -\frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{10} - \frac{1}{4} = -\frac{1}{f}$$

$$\frac{2-5}{20} = \frac{-1}{f}$$

$$\frac{-3}{20} = -\frac{1}{f} \xrightarrow{\text{وارونه می کنیم}} f = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3} \text{ cm} \quad \text{فاصله کانونی}$$

چون در آخر مسئله شعاع آینه را خواسته لذا فاصله کانونی را باید دو برابر کنیم:

$$6\frac{2}{3} \times 2 = 13\frac{1}{3} \text{ cm} \quad \text{شعاع آینه}$$

یعنی تصویر در فاصله $\frac{3}{4}$ سانتی متری آینه قرار دارد.

ب) برای به دست آوردن طول تصویر باید ابتدا بزرگنمایی آینه را محاسبه کنیم.

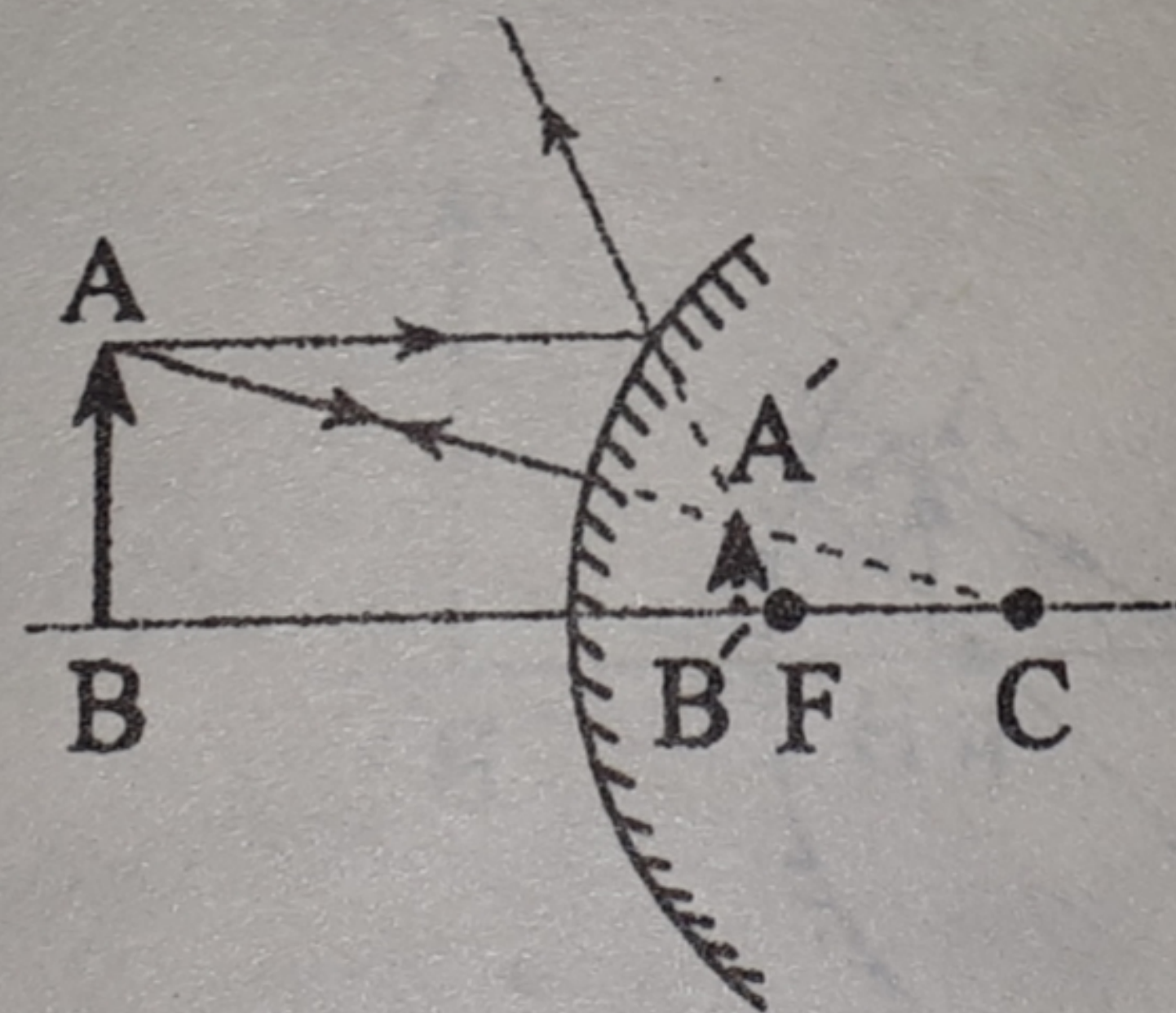
$$m = \frac{q}{p} = \frac{3/4}{8} = 0.43 \quad \text{طول تصویر} \rightarrow 4 \times 0.43 = 1.72 \text{ cm}$$

بزرگنمایی آینه

پ) چون برای رسم شکل مقیاس داده نشده به دلخواه مقیاسی انتخاب کنید و اعداد داده شده در مسئله را به آن مقیاس کوچک کنید. در زیر

مقیاس را $\frac{1}{4}$ در نظر گرفته ایم. در این صورت شعاع دایره به جای ۱۲ سانتی متر، ۳ سانتی متر خواهد شد و باید دایره‌ای به شعاع ۳ سانتی متر

رسم کنیم و شی را در فاصله ۲ سانتی متری آن قرار دهیم (زیرا فاصله شی را نیز باید به ۴ تقسیم کنیم).



مشخصات تصویر: مجازی - کوچک تر و مستقیم است.

توضیح در مورد شکل فوق:

طبق قانون آینه‌ها، پرتوای که از مرکز عبور می‌کند یا امتداد آن از مرکز می‌گذرد، بازتاب آن روی خودش قرار می‌گیرد. اما پرتوی که مواز محور اصلی به آینه می‌تابد امتدادش از کانون خواهد گذشت.

نکته مهم: در آینه محدب همیشه تصویر کوچک تر، مجازی و در فاصله کانونی تشکیل می‌گردد.

۶۴) شیئی در فاصله ۸cm از آینه محدب به شعاع ۱۲ cm قرار دارد. (مهم)
الف: فاصله تصویر از آینه را به دست آورید.

ب: اگر طول شیئی ۴ سانتی متر باشد طول تصویر چقدر خواهد بود؟

پ: با رسم شکل مشخصات تصویر را بیان کنید.

پاسخ

خلاصه مسئله

$$\left\{ \begin{array}{l} p = 8 \text{ فاصله شیء} \\ f = 12 \div 2 = 6 \text{ فاصله کانونی} \\ q = ? \text{ فاصله تصویر} \end{array} \right.$$

نکته مهم: در آینه محدب، فقط شیئی حقیقی است اما بقیه مجازی هستند (یعنی هم تصویر مجازی، هم کانون مجازی و هم مرکز مجازی است). از این رو باید برای آینه محدب، هم فاصله کانونی و فاصله تصویر را مجازی (منفی) در نظر بگیریم.

الف:

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = -\frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{8} - \frac{1}{q} = -\frac{1}{6}$$

$$-\frac{1}{q} = -\frac{1}{6} - \frac{1}{8} = \frac{-4-3}{24} = \frac{-7}{24}$$

$$-\frac{1}{q} = -\frac{7}{24} \xrightarrow{\text{طرفین را وارونه می کنیم}} q = -\frac{24}{7} \xrightarrow{\text{نتیجه}} q = 3\frac{3}{4} \text{ cm}$$

۶۲ الف: جسمی در فاصله ۲۵ سانتی متری آینه مقعری به شعاع ۴۰ سانتی متر قرار گرفته است. فاصله تصویر را تا آینه از طریق محاسبه به دست آورید و بزرگ‌نمایی آینه را مشخص کنید.

ب: شکل را با مقیاس $\frac{1}{10}$ رسم کنید و فاصله تصویر را تا شیء به دست آورید.

پاسخ الف)

خلاصه مسئله

$$\begin{cases} \text{فاصله جسم} & P = 25 \text{ cm} \\ \text{فاصله کانونی} & f = 20 \text{ cm} \\ \text{فاصله تصویر} & q = ? \end{cases}$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{25} + \frac{1}{q} = \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{20} - \frac{1}{25} = \frac{5-4}{100} = \frac{1}{100}$$

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{100} \xrightarrow{\text{طرفین را وارونه می‌کنیم}} q = 100 \text{ cm}$$

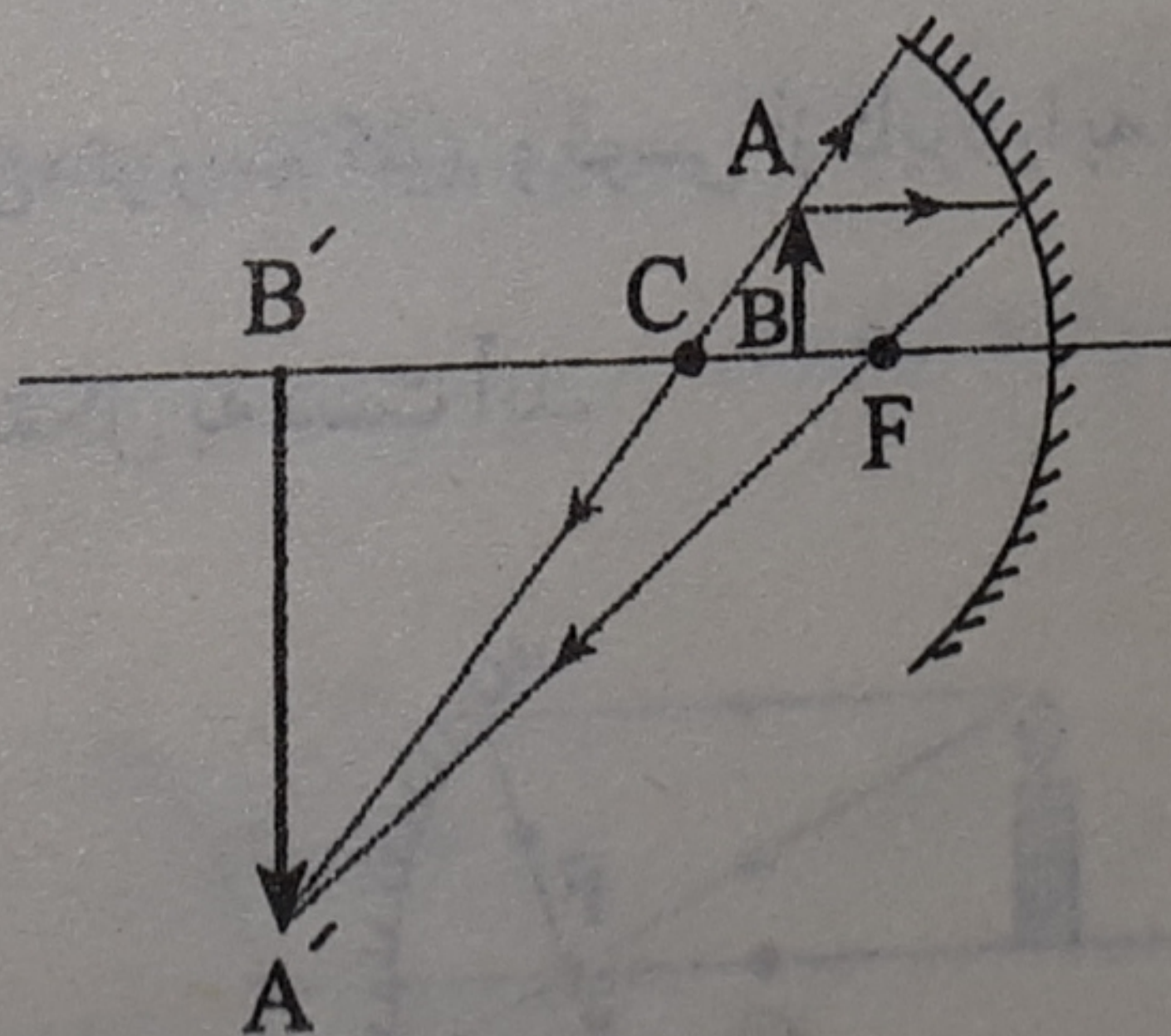
$q = 100 \text{ cm}$ نشان می‌دهد که تصویر در فاصله ۱۰۰ سانتی متری آینه تشکیل می‌شود.

$$m = \frac{\text{تصویر } q}{\text{شیء } p} = \frac{100}{25} = 4$$

m بزرگ‌نمایی

$m = 4$ نشان می‌دهد که تصویر از شیء بزرگ‌تر و ۴ برابر آن است.

ب) برای رسم شکل با مقیاس $\frac{1}{10}$ ، باید شعاع آینه یعنی ۴۰ سانتی متر را به ۱۰ تقسیم کنید و دایره‌ای به شعاع ۴ سانتی متر رسم کنید. آن گاه شعاع آن را نصف کنید تا محل کانون مشخص شود. در این حالت جسم باید در فاصله $\frac{2}{5}$ سانتی متری از آینه قرار گیرد (زیرا اگر $p = 25$ را به ۱۰ تقسیم کنید $\frac{2}{5}$ خواهد شد).



۶۱ الف: شمعی در فاصله ۴۰ سانتی متری آینه‌ی مقعری به شعاع ۳۰ سانتی متر قرار داده شده است. فاصله تصویر تا آینه و نوع تصویر را مشخص کنید.

ب: شکل را با مقیاس $\frac{1}{5}$ رسم کنید.

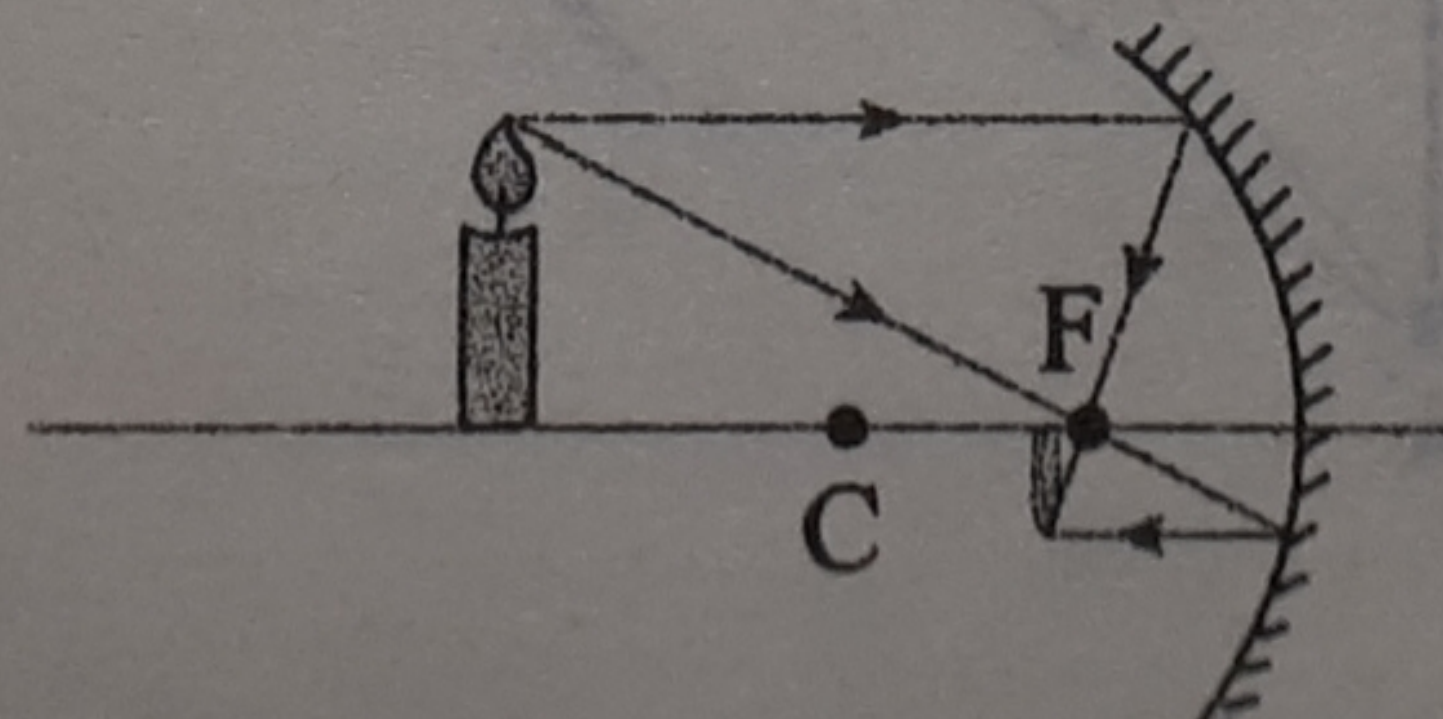
پ: بزرگ‌نمایی آینه را از طریق محاسبه به دست آورید.

پاسخ الف) اگر فاصله شی تا آینه را با p ، فاصله تصویر تا آینه را با q ، فاصله کانون تا آینه را با f ، نشان دهیم در این صورت فرمول مربوط به آینه‌ها به صورت زیر در می‌آید.

خلاصه مسئله	{	فاصله شمع تا آینه	$p = 40 \text{ cm}$	$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$
		فاصله تصویر تا آینه	$q = ?$	$\frac{1}{40} + \frac{1}{q} = \frac{1}{15}$
		فاصله کانون تا آینه	$f = \frac{30}{2} = 15 \text{ cm}$	$\frac{1}{q} = \frac{1}{15} - \frac{1}{40} = \frac{8-3}{120} = \frac{5}{120} = \frac{1}{24}$

طرفین را وارونه می‌کنیم $\rightarrow \frac{1}{q} = \frac{1}{24} \rightarrow q = 24 \text{ cm}$ فاصله تصویر

ب) برای رسم شکل با مقیاس $\frac{1}{5}$ باید اعداد داده شده در مسئله را به ۵ تقسیم کنیم. یعنی فاصله جسم تا آینه ۸ و شعاع ۶ خواهد شد. از این رو باید ابتدا با پرگار دایره‌ای به شعاع ۶ سانتی متر رسم کنیم و قوسی از دایره را به عنوان آینه مقعر انتخاب نمائیم و طبق قوانین آینه مقعر، پرتوهای تابش و بازتاب را رسم نماییم تا شکل به دست آید.



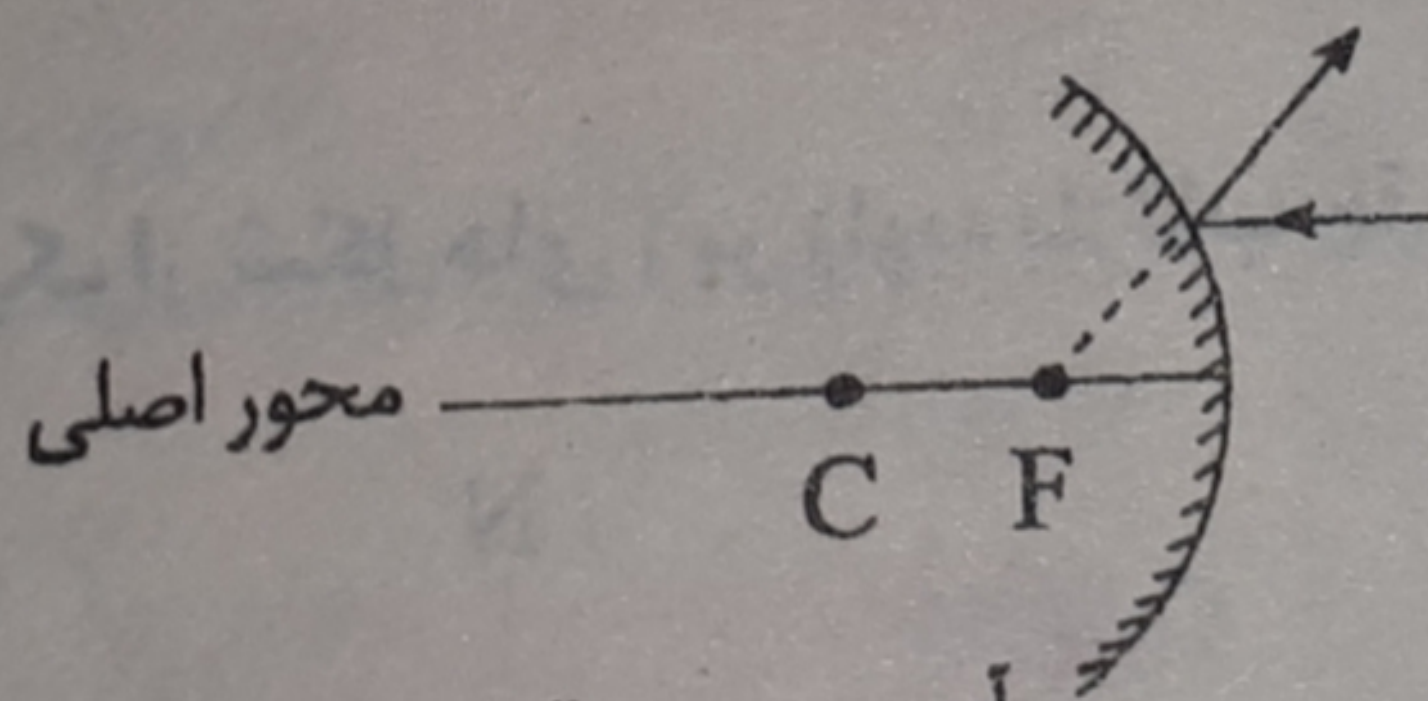
۵۹) منظور از مرکز و کانون آینه چیست؟ تفاوت آینه مقعر (کاو) و آینه محدب (کوژ) چیست؟

پاسخ

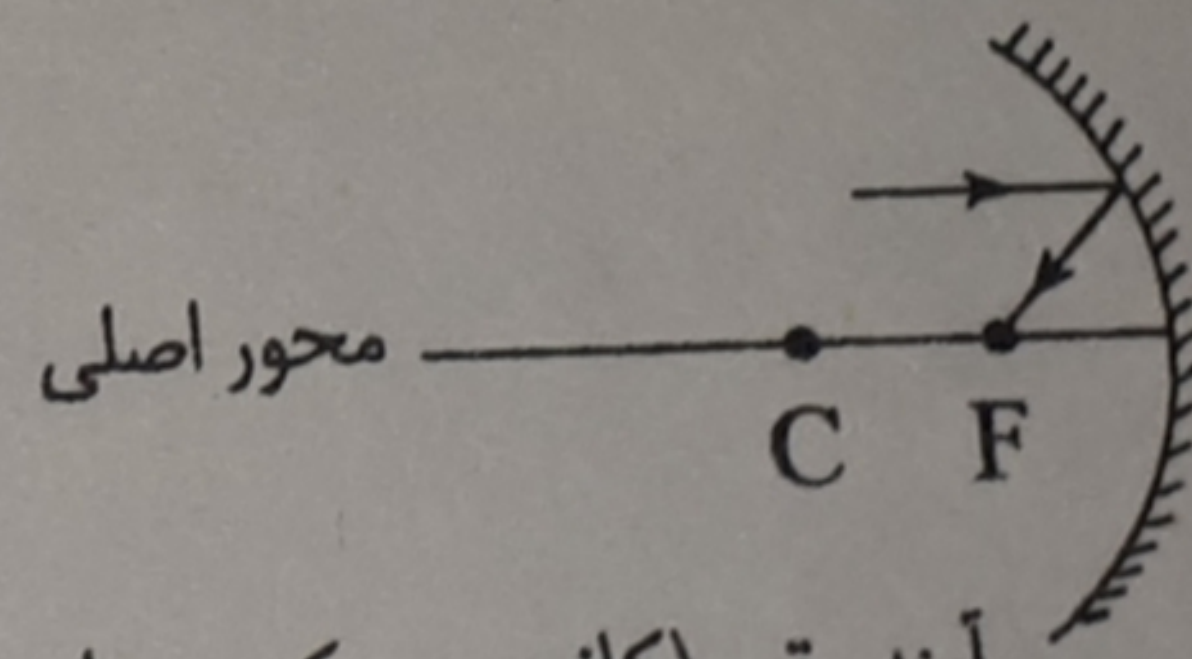
اگر با پرگار دایره‌ای دلخواه (مثلاً به شعاع ۱۰ سانتی متر) رسم کنیم. شعاع این دایره را شعاع آینه و نصف آن را فاصله کانونی می‌گویند و آن را با f نشان می‌دهند. در این صورت اگر شعاع $C = ۱۰$ باشد $f = ۵$ خواهد شد. به این گونه آینه‌ها، آینه‌های کروی می‌گویند.

اگر در آینه‌های کروی، قسمت داخل دایره شفاف (آینه) باشد به آن آینه مقعر، و اگر قسمت بیرونی دایره شفاف باشد به آن آینه محدب می‌گویند. طبق قرارداد، پشت آینه را که کدر است باید به صورت کدر (خط چین) نشان دهیم.

نکته مهم ۱: چون شعاع و کانون همیشه در داخل دایره قرار می‌گیرند لذا در آینه مقعر که قسمت داخل دایره آینه است، شعاع و کانونش در داخل دایره، اما در آینه محدب در پشت قسمت شفاف قرار خواهند گرفت.



آینه محدب (کانون و مرکز در پشت آینه)



آینه مقعر (کانون و مرکز در جلوی آینه)

در آینه مقعر هرگاه پرتو تابش موازی محور اصلی آینه باشد، بازتابش از کانون می‌گذرد.

در آینه محدب هرگاه پرتو تابش موازی محور اصلی آینه باشد، امتداد بازتابش از کانون می‌گذرد.

نکته مهم ۲: در آینه مقعر، کانون، حقیقی است اما در آینه محدب، کانون، مجازی است زیرا در پشت آینه (پشت قسمت شفاف) قرار گرفته است.

۵۸) قوانین بازتاب را در مورد آینه‌های مقعر (کاو) بنویسید.

پاسخ

قانون اول: هر پرتو ای که از مرکز آینه‌ی مقعر گذشته و به آینه بتابد یا طوری به آینه بتابد که امتداد آن از مرکز آینه بگذرد، بازتاب آن روی خودش قرار می‌گیرد.

قانون دوم: هر پرتو ای که موازی محور اصلی به آینه‌ی مقعر بتابد بازتاب آن از کانون آینه می‌گذرد.

قانون سوم: هر پرتو ای که از کانون گذشته و به آینه بتابد و یا طوری بتابد که امتداد آن از کانون بگذرد، بازتاب آن موازی محور اصلی خواهد بود.

روش حل مسایل آینه‌های کروی:

برای حل مسایل آینه‌های کروی (خواه مقعر و خواه محدب) از فرمول ساده زیر استفاده می‌کنیم.

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

فاصله شیئی تا آینه $\swarrow$ $\searrow$ فاصله کانونی

$\downarrow$ فاصله تصویر تا آینه

بحث در مورد فرمول فوق:

- ۱- مقدار p : (فاصله شیء تا آینه) همیشه مثبت به دست می‌آید.
 - ۲- مقدار q : (فاصله شیء تا آینه) اگر منفی بدست آید یعنی تصویر مجازی است (تصویر مجازی همیشه در پشت آینه قرار می‌گیرد. به طور مثال تصویر شما در مقابل آینه منزلتان، مجازی است زیرا تصویر شما در پشت آینه قرار می‌گیرد و به نظر می‌رسد که شما داخل آینه قرار دارید)
 - ۳- مقدار f : (فاصله کانونی) اگر منفی بدست آید یعنی کانون در پشت آینه قرار دارد (کانون مجازی است).
- نکته: در آینه محدب، کانون و مرکز پشت آینه قرار دارند (یعنی هر دو مجازی هستند).