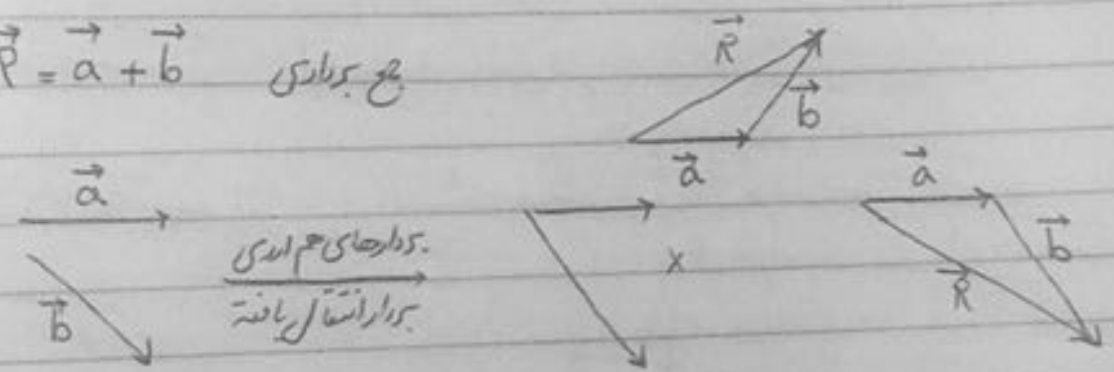


- ✓ جمع برداری ← بردار هندسی ترکیبی
- ۱- بردار متلاشی
 - ۲- بردار هندسی
 - ۳- بردار متلاشی الاغلاص
 - ۲- بردار متلاشی : تجزیه برداری

بردار متلاشی : در این بردار داریم به طوری که ابتدای بردار دوم از انتهای بردار اول شروع می شود [دو بردار شیب هم می خورند] بردار حاصل جمع به از این به بعد بردار بزرگتر باشد می شود از انتهای ابتدای بردار اول به انتهای بردار دوم حاصل می شود.

$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b}$ جمع برداری



بردارهای منتظم : برداری که نقطه ابتدای آنها یکی با هم برابر باشند (یکسان)

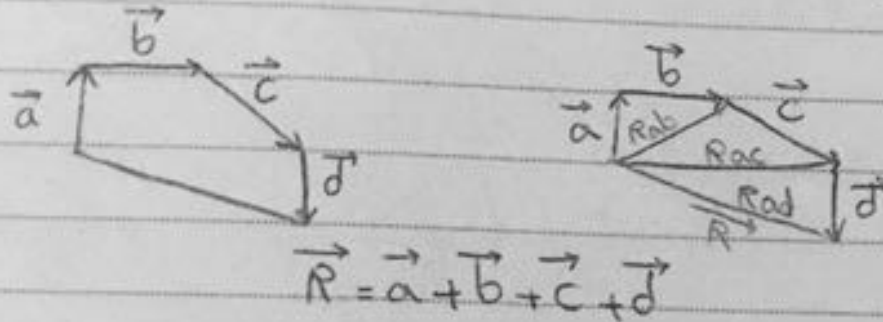
$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$

$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$
 $\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d}$
 $d = R_{a,b,c} \Rightarrow R = \vec{d} + \vec{d} = 2\vec{d}$

چون ابتدای آنها یکی
 برابر باشند

✓ روش چند ضلعی (روش تقیم یا پاره روش مثلثی)

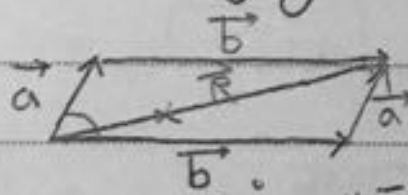
- ۱- پس از دو بردار داریم .
- ۲- ابتدای هر برداری از انتهای بردار مثل از خودش شروع می شود (سبب سرهم)
- ۳- بردار برآیند از اتصال ابتدای بردار اول به انتهای بردار آخر حاصل می شود .



$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d}$$

✓ روش متواری الاضلاع

- ۱- دو بردار متقاطع داریم که از یک نقطه شروع می شوند .
- ۲- از انتهای هر بردار هم اند با بردار دیگر رسم می کنیم تا یک متواری الاضلاع بدست آید .
- ۳- بردار برآیند از اتصال دو بردار اول به انتهای دو بردار هم اند حاصل می شود .



$$R = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \alpha}$$

30° 45° 60° 63° 90° 180° 270° 360° 37°

Sin 0 1/2 √2/2 √3/2 0.8 1 0 -1 0 0.6

cos 1 √3/2 √2/2 1/2 0.6 0 -1 0 1 0.8

tan 0 √3/3 1 √3 0 تن 0 تن 0 تن

cotan تن √3 1 √3/3 0 تن 0 تن 0 تن

حل 1. $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$, $\cos \theta = 1$

$$|\vec{R}| = \sqrt{3^2 + 4^2 + 2(3)(4)\cos \theta} = \sqrt{9 + 16 + 24} = \sqrt{25 + 24} = \sqrt{49} = 7$$

Ⓐ if $\theta = 0$ $\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} \rightarrow a + b = 3 + 4 = 7$

2. $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $|\vec{R}| = \sqrt{9 + 16 + 24 \cos 30^\circ} = \sqrt{49 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{49\sqrt{3}}$

Ⓐ if $|\vec{R}| = \sqrt{a^2 + b^2}$ ← تویه بیان دوبرار 90° ستر

"

$$R = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta}$$

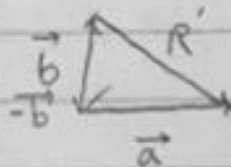
$$|a - b| \leq R \leq a + b \quad \checkmark$$

$$\theta = 180^\circ \quad \theta = 0^\circ$$

X تفاضل (تفریق) برداری
(با استفاده از روش متناهی الاضلاع)

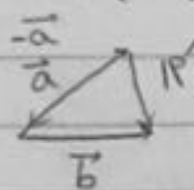
$$\vec{R}' = \vec{a} - \vec{b}$$

$$= \vec{a} + (-\vec{b})$$



$$\vec{R}' = \vec{b} - \vec{a}$$

$$= \vec{b} + (-\vec{a})$$



هر دو بردار R' یک شماییت مختصر دارند، اینکه طول R' در هر دو تفریق یکسان است اما در هر کدام جهت متعاقب است.

$$R' = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta}$$

$$a = 3 \quad b = 4 \quad \text{مثال}$$

$$\theta = 0^\circ \quad R' = \sqrt{9 + 16 - 2 \times 3 \times 4 \cos 0}$$

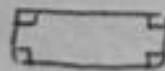
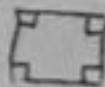
$$R' = \sqrt{25 - 24 \times 1} = 1$$

$$\text{if } \theta = 0 \quad \vec{R}' = \vec{a} - \vec{b} \rightarrow R' = |a - b|$$

$$\theta = 90^\circ \quad R' = \sqrt{25 - 24 \cos 90^\circ} = \sqrt{25} = 5$$

در حالتی در روش متناهی الاضلاع قطره‌های برابر دارند و نتیجه برآیند دو بردار و تفاضل آن دو با هم برابر است که متناهی الاضلاع همبند مربع یا مستطیل باشد.

TANDIS



پس خطی که زاویه میان دو بردار 90 باشد برآیند و تفاضل دو بردار بر آن است

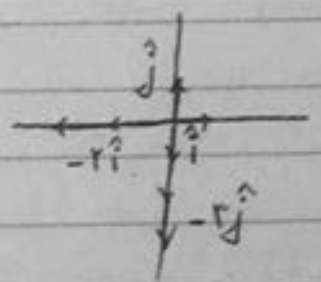
$\theta = 180^\circ$ $R = \sqrt{25 - 24(-1)} = \sqrt{25 + 24} = \sqrt{49} = 7$

* if $\theta = 180^\circ$ $R = a + b$

$|a - b| \leq R \leq a + b$ ✓
 $\theta = 0^\circ$ $\theta = 180^\circ$
برای تفاضل

آیا همیشه در متواری الاصلع قطر بزرگ برآیند و قطر کوچک آن بردار تفاضل است؟
چرا؟ چند ...

روش تجلیس : تجزیه برداری

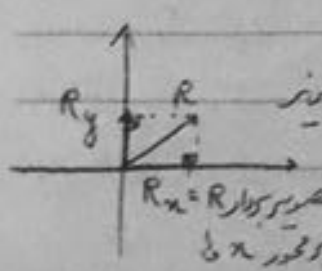


بردار یکجه بردار است به طول 1 در راستای مثبت (i) و محور x ها

بردار یکجه به طول 1 در راستای مثبت محور y ها

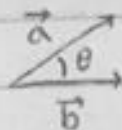
مؤلفه y بردار R_y = تصویر بردار R بر محور y ها

تجزیه : تجزیه بردار به مؤلفه‌های اولیه آن
تصویر بردار بر محور : ۱- از انتهای بردار بگذر و نظر عمود رسم کنید



۲- پای عمود را مشخص کنید
۳- از مبدأ به پای عمود برداری رسم کنید

if $\theta < 90^\circ$

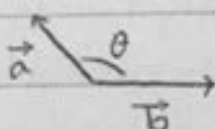


$R =$ بردار بزرگتر = قطار بزرگ

$R' =$ بردار متناقص = قطار کوچک

$$R > R'$$

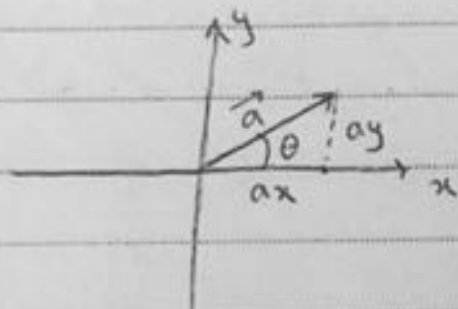
if $\theta > 90^\circ$



$R =$ بردار کوچکتر = قطار کوچک

$R' =$ بردار متناقص = قطار بزرگ

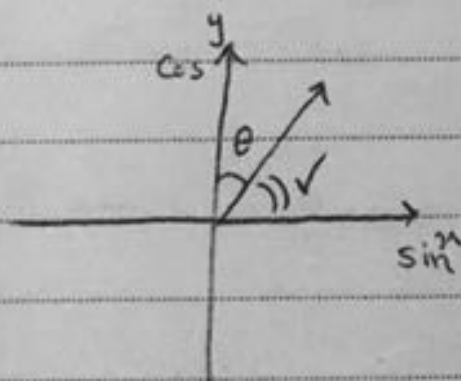
$$R' > R$$



✓ فرمول اصلی: $(\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j})$

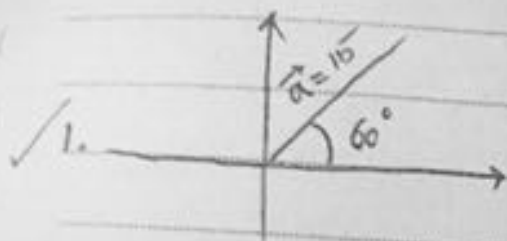
$$\begin{cases} \cos \theta = \frac{\text{ضلع مجاور زاویه}}{\text{وتر}} \\ \cos \theta = \frac{a_x}{a} \\ a_x = a \cos \theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin \theta = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} \\ \sin \theta = \frac{a_y}{a} \\ a_y = a \sin \theta \end{cases}$$

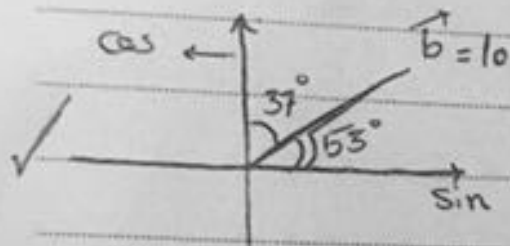


$$(\vec{a} = a \cos \theta \hat{i} + a \sin \theta \hat{j})$$

✓ هر محوری که زاویه با آن ساخته شود محور Cos
و محور دیگر محور Sin است.



$$\begin{aligned}\vec{a} &= a_x \hat{i} + a_y \hat{j} \\ &= a \cos 60^\circ \hat{i} + a \sin 60^\circ \hat{j} \\ &= 15 \times \frac{1}{2} \hat{i} + 15 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \hat{j} \\ &= 7.5 \hat{i} + \frac{15\sqrt{3}}{2} \hat{j}\end{aligned}$$

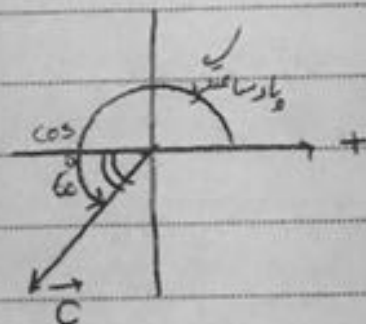


$$\begin{aligned}\vec{b} &= b_x \hat{i} + b_y \hat{j} \\ &= b \cos 53^\circ \hat{i} + b \sin 53^\circ \hat{j} \\ &= 10 (0.6) \hat{i} + 10 (0.8) \hat{j} \\ &= 6 \hat{i} + 8 \hat{j}\end{aligned}$$

روش اول:

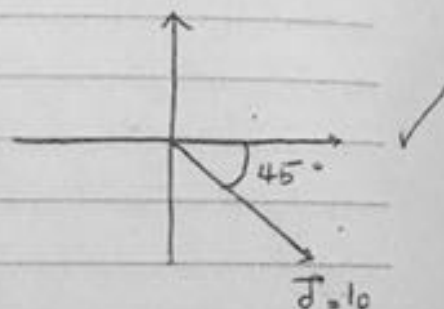
$$\begin{aligned}\vec{b} &= b_x \hat{i} + b_y \hat{j} \\ &= b \sin 37^\circ \hat{i} + b \cos 37^\circ \hat{j} \\ &= 10 (0.6) \hat{i} + 10 (0.8) \hat{j} \\ &= 6 \hat{i} + 8 \hat{j}\end{aligned}$$

* با 240°

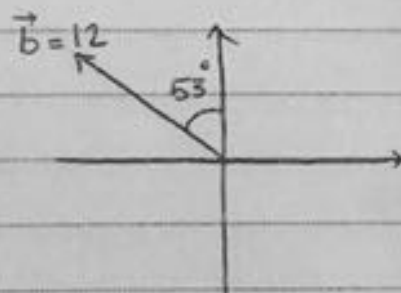
$$\begin{array}{c|c} \begin{array}{c} x^- \\ y^+ \end{array} & \begin{array}{c} x^+ \\ y^+ \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} x^- \\ y^- \end{array} & \begin{array}{c} x^+ \\ y^- \end{array} \end{array}$$


$$\begin{aligned}\vec{c} &= c_x \hat{i} + c_y \hat{j} \\ \vec{c} &= c \cos 120^\circ \hat{i} + c \sin 120^\circ \hat{j} \\ &= -20 \frac{1}{2} \hat{i} + -20 \frac{\sqrt{3}}{2} \hat{j} \\ &= -10 \hat{i} - 10\sqrt{3} \hat{j}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 \quad \vec{d} &= d_x \hat{i} + d_y \hat{j} \\ 2 \quad \vec{d} &= d \cos \theta \hat{i} + d \sin \theta \hat{j} \\ 3 \quad &= 10 \frac{\sqrt{2}}{2} \hat{i} + 10 \frac{\sqrt{2}}{2} \hat{j} \\ 4 \quad &= 5\sqrt{2} \hat{i} + 5\sqrt{2} \hat{j} \end{aligned}$$

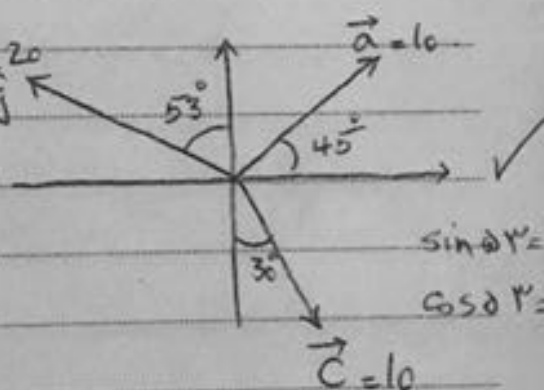


$$\begin{aligned} 7 \quad \vec{b} &= b_x \hat{i} + b_y \hat{j} \\ 8 \quad \vec{b} &= b \cos \theta \hat{i} + b \sin \theta \hat{j} \\ 9 \quad &= 12 \times 0.8 \hat{i} + 12 \times 0.6 \hat{j} \\ 10 \quad &= -9.6 \hat{i} + 7.2 \hat{j} \end{aligned}$$



$$13 \quad \vec{d} = -16 \hat{i} + 12 \hat{j}$$

$$\begin{aligned} 14 \quad \vec{a} &= a_x \hat{i} + a_y \hat{j} \rightarrow \vec{a} = a(\cos 45^\circ) \hat{i} + a(\sin 45^\circ) \hat{j} \\ 15 \quad \vec{a} &= 5\sqrt{2} \hat{i} + 5\sqrt{2} \hat{j} \end{aligned}$$



$\sin \theta = \frac{y}{r}$
 $\cos \theta = \frac{x}{r}$

$$\begin{aligned} 17 \quad \vec{c} &= c_x \hat{i} + c_y \hat{j} \rightarrow \vec{c} = c \sin \theta \hat{i} + c \cos \theta \hat{j} \\ 18 \quad \vec{c} &= 10 \frac{1}{2} \hat{i} + -10 \frac{\sqrt{3}}{2} \hat{j} \\ 19 \quad \vec{c} &= 5 \hat{i} + 5\sqrt{3} \hat{j} \end{aligned}$$

$$21 \quad \vec{R} = \vec{a} + \vec{c} + \vec{d} \rightarrow (-16 + 5(\sqrt{2} + 5)) \hat{i} + (12 + 5\sqrt{2} - 5\sqrt{3}) \hat{j}$$

$$\vec{a} = -4\hat{i} + 6\hat{j}$$

$$\vec{b} = 11\hat{i} - 2\hat{j}$$

$$\vec{c} = 3\hat{i} - 4\hat{j}$$

$$\vec{R} = 1\hat{i} + 0\hat{j}$$

$$R = 1\hat{i}$$

$$\vec{R}' = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$$

$$\textcircled{1} \vec{R}' = 4\hat{i} + 8\hat{j}$$

$$\textcircled{2} \vec{R}' = -18\hat{i} + 12\hat{j}$$

✓ جمع برداری به روش مختصه

— روش صحیح و راحت

$$\vec{R}' = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$$

$$\vec{a} = -4\hat{i} + 6\hat{j}$$

$$-\vec{c} = -3\hat{i} + 4\hat{j}$$

$$= \vec{a} + \vec{b} + (-\vec{c})$$

$$\vec{b} = 11\hat{i} - 2\hat{j}$$

$$4\hat{i} + 8\hat{j}$$

راه جدید در پیدا کردن طول و برداری از ضلع

$$R = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta}$$

جمع برداری

$$\text{if } |\vec{a}| = |\vec{b}| \Rightarrow R = 2a \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

← این فرمول را اثبات کنیم

مثال:

$$\text{if } a = b = 3$$

$$R = 2(3) \cos\left(\frac{120}{2}\right)$$

$$\theta = 120^\circ$$

$$R = 6 \cos 60$$

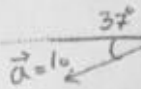
$$R = 6 \times \frac{1}{2} = 3$$

$$R = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta}$$

تفاضل برداری X

$$\text{if } |\vec{a}| = |\vec{b}| \Rightarrow R' = 2a \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

NDIS



تعیین طول و جهت بردار با استفاده از مؤلفه‌های آن

$$|\vec{a}| = 10 \quad \theta = 37^\circ$$

بسیار
بمحور x

$$\vec{a} = -10 \cos 37^\circ \hat{i} - 10 \sin 37^\circ \hat{j} = -8\hat{i} - 6\hat{j}$$

طول بردار و زاویه‌ای که بردار با محور x می‌سازد؟

$$\vec{a} = -8\hat{i} - 6\hat{j}$$

$$\tan \theta = \frac{|a_y|}{|a_x|}$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{a_y}{a_x} \right)$$

arctan

$$\tan \theta = \frac{a_y}{a_x} = \frac{-6}{-8} = \frac{3}{4}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{3}{4} \right) = 37^\circ$$

$$a = \sqrt{(-8)^2 + (-6)^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10$$

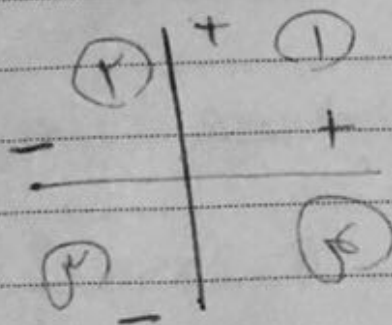
طول بردار نیز چقدر است و چه زاویه‌ای با محور x می‌سازد؟

$$\vec{R} = \sqrt{2}\hat{i} - \sqrt{2}\hat{j}$$

$$a = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (-\sqrt{2})^2} = \sqrt{2+2} = \sqrt{4} = 2$$

$$\tan \theta = \frac{a_y}{a_x} = \frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = -1 = 1^\circ \rightarrow \theta = 45^\circ$$

برای علامت



بسیار

ضرب برداری — ۱. ضرب عدد بردار

۱. ضرب داخلی (نقطه، اسکالر)

۲. ضرب بردار بردار

۱. ضرب خارجی - ضرب برداری

عدد $m \rightarrow$

۱. ضرب عدد بردار ✓

$$\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}$$

$$m \vec{a} = m a_x \hat{i} + m a_y \hat{j} + m a_z \hat{k}$$

$$\vec{a} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 7\hat{k}$$

$$\vec{R} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$$

مثال: ✓

$$\vec{b} = -5\hat{j} + \hat{k}$$

$$\vec{R} = (6\hat{i} - 4\hat{j} + 14\hat{k}) - (-15\hat{j} + 3\hat{k}) = 6\hat{i} + 11\hat{j} + 11\hat{k}$$

۲. ضرب داخلی (نقطه ای) ← کمیت عددی (جابجایی مجاز) ✓

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$$

اگر طول a و طول b و θ مشخص باشند:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \theta$$

$$a = \sqrt{2} \quad b = 5 \quad \theta = 45^\circ \rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{2}(5) \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2}{2} \times 5 = 5$$

TANDIS

$$\textcircled{1} a \cdot b = |a| |b| \cos \theta$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} \vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k} \\ \vec{b} = b_x \hat{i} + b_y \hat{j} + b_z \hat{k} \end{cases} \Rightarrow a \cdot b = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

$$\begin{cases} \hat{i} \cdot \hat{i} = 1 \\ \hat{j} \cdot \hat{j} = 1 \\ \hat{k} \cdot \hat{k} = 1 \end{cases}$$

$$|a||b|\cos\theta = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

$$\rightarrow \cos\theta = \frac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{|a||b|}$$

Subject: _____ Month: _____ Day: _____ ()

$$\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}$$

بدون دم ضرب باطل ✓

$$\vec{b} = b_x \hat{i} + b_y \hat{j} + b_z \hat{k}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

$$\vec{a} = 3\hat{i} - 4\hat{j}$$

$$\vec{b} = 8\hat{i} + 6\hat{j}$$

زاویه میان دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ چقدر

درجه است؟

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos\theta$$

$$b = \sqrt{b_x^2 + b_y^2} = \sqrt{8^2 + (6)^2} = 10$$

$$0 = 5 \times 10 \cos\theta$$

$$\theta = 90^\circ$$

36
64

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 24 - 24 = 0$$

(ضرب خارجی) - کمیت برداری - قابلیت جابجایی و محدودیت ندارد

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

$$* \vec{a} \times \vec{b} \neq \vec{b} \times \vec{a}$$

→ Cross

اگر طول a و b و θ مشخص باشند:

$$c = ab \sin\theta$$

$$a = 8$$

$$c = 8(3) \sin 37^\circ$$

مثال: ✓

$$b = 3$$

$$c = 24 \times 0.6 = 14.4$$

حجت بردار مشخص

$$\theta = 37^\circ$$

غیر دیاگرامون درکت راست

مشخص می شود

$$\vec{a} \times \vec{b} = |a||b|\sin\theta$$

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

دائرس

TANDIS

$$\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}$$

$$\vec{b} = b_x \hat{i} + b_y \hat{j} + b_z \hat{k}$$

$$\vec{C} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

روش دوم ضرب خارجی
کای کای کای

$$\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i} (a_y b_z - a_z b_y) - \hat{j} (a_x b_z - a_z b_x) + \hat{k} (a_x b_y - a_y b_x)$$

$C_x \qquad C_y \qquad C_z$

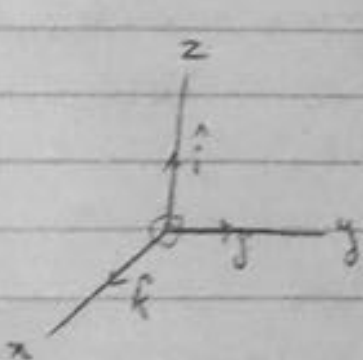
$$|\vec{C}| = \sqrt{C_x^2 + C_y^2 + C_z^2}$$

$$\vec{a} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k} \qquad \vec{b} = -5\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$$

$$\vec{C} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & -2 & 1 \\ -5 & 3 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}((-2)(-2) - (1)(3)) - \hat{j}((3)(-2) - 1(-5)) + \hat{k}((3)(3) - (-2)(-5))$$

$$= \hat{i} + \hat{j} - \hat{k} \qquad C = \sqrt{1^2 + 1^2 + (-1)^2} = \sqrt{3}$$



ضرب داخلی چهار جا یک *

$$\begin{aligned} \hat{i} \cdot \hat{i} &= 1 \quad (\cos 0^\circ = 1) \\ \hat{j} \cdot \hat{j} &= 1 \\ \hat{k} \cdot \hat{k} &= 1 \\ \hat{i} \cdot \hat{j} &= \hat{j} \cdot \hat{i} = 0 \quad (\cos 90^\circ = 0) \\ \hat{j} \cdot \hat{k} &= \hat{k} \cdot \hat{j} = 0 \\ \hat{k} \cdot \hat{i} &= \hat{i} \cdot \hat{k} = 0 \end{aligned}$$

$$\# (a \times b) = -(b \times a)$$

Subject: _____

Year: _____

Month: _____

Day: _____

$$\hat{i} \times \hat{i} = 1(1) \sin 0 = 0$$

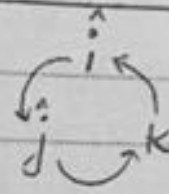
$$\hat{j} \times \hat{j} = 0$$

$$\hat{k} \times \hat{k} = 0$$

$$\hat{i} \times \hat{j} = -\hat{j} \times \hat{i} = \hat{k}$$

$$\hat{j} \times \hat{k} = -\hat{k} \times \hat{j} = \hat{i}$$

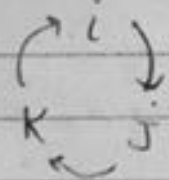
$$\hat{k} \times \hat{i} = -\hat{i} \times \hat{k} = \hat{j}$$



یادداشت: $\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$

* $\times$ ← عمود بر صفحه به سمت داخل
 ← عمود بر صفحه به سمت خارج (برعکس)

$$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$$



$$b = -3\hat{i} + 2\hat{j}, \quad a = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$$

$$a \times b = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 3 & 1 \\ -3 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 17\hat{k}$$

$$a \times b \text{ (الف)}$$

$$b \times a \text{ (ب)}$$

$$a \cdot b \text{ (ج)}$$

$$|a| \text{ (د)}$$

$$a + b \text{ (ه)}$$

$$a - b \text{ (و)}$$

$$|b| \text{ (ز)}$$

فصل ۲ : حرکت در امتداد خط

$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$: جابجایی در واحد زمان (تغییرات مکان در تغییرات زمان) (واحد $\frac{m}{s}$ یا $\frac{km}{h}$)

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$: تغییرات سرعت در واحد زمان (در سرعت ثابت شتاب نداریم) (واحد $\frac{m}{s^2}$)

با افزایش یا کاهش مقدار و جهت سرعت، سرعت تغییر می کند زیرا سرعت کمیتی

۱- حرکت با سرعت ثابت (بدون شتاب) : حرکت

بردار است. * حرکت مستقیم الخط می تواند حرکت t به توان ۱

۲- حرکت با سرعت متغیر، حرکت مساوی t به توان ۲

۳- حرکت با شتاب متغیر، حرکت مساوی t به توان ۳

TANDIS
 t به توان ۲ بر سر حرکت با شتاب متغیر

۱- اگر جسم مکان $V_0 = 0$

۲- اگر جسم در حال حرکت باشد $V = 0$

۳- اگر جسم مکان اولیه را ترک کند $\Delta x = 0$

۴- اگر جسم در حال حرکت باشد $V = 0$

Year _____ Month _____ Day _____ ()

۱- حرکت مستقیم الخط یکپارچه (تغییر جهت و تغییر مقدار سرعت نداریم)

۲- مکان اولیه x_0

۳- $\Delta t = t - (t_0)$ در اغلب موارد $\rightarrow \Delta t = t$

۴- $x(t)$ = مکان مکان در زمان $\Delta x = x_2 - x_1$ جابجایی

۵- $v \left(\frac{m}{s} \right)$ = سرعت

۶- مدت زمانی

۷- فرمول های این فصل :

۸- $x(t) \rightarrow x = vt + x_0$ مکان اولیه $\rightarrow \Delta x = vt$ تغییرات مکان

۹- $\bar{v} = v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

۱۰- سرعت لحظه ای = سرعت در یک زمان مشخص

۱۱- سرعت متوسط = سرعت در یک بازه زمانی

۱۲- در حرکت یکپارچه سرعت لحظه ای و متوسط برابر است.

۱۳- جسمی در ۵ متری حرکت چپ میزده و در ۳۶۰ متری ۲ دقیقه ۳۶۰ متری

۱۴- $t_{min} = 120s$

۱۵- الف) مکان اولیه متحرک $-5m$

۱۶- ب) $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad v = \frac{360}{120} = 3 \frac{m}{s}$ (ب)

۱۷- ج) معادله مکان زمان

۱۸- $x = vt + x_0$

۱۹- (ج)

۲۰- د) مکان جسم در لحظه $t = 10$

۲۱- $x = 3t - 5$

۲۲- و) سرعت متوسط متحرک از $t = 2$ تا $t = 5$

۲۳- $x = 3(10) - 5 = 25$ (د)

۲۴- $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_5 - x_2}{5 - 2} = \frac{10 - 1}{3} = 3 \frac{m}{s}$

۲۵- $x_5 = 10$

$x_2 = 1$

TANDIS

- حرکت با سرعت متغیر (حرکت شتابدار یا شتاب ثابت)

مسئله: اخذ تغییر تابع

$$f(x) = ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + \dots + n$$

$$f(x) = x^9 + 3x^8 + 2x^7 + \dots + 5$$

$$f'(x) = \frac{df}{dx} = a(n)x^{n-1} + b(n-1)x^{n-2} + c(n-2)x^{n-3} + \dots$$

$$f'(x) = \frac{df}{dx} = 9x^8 + 24x^7 + 14x^6 + \dots + 0$$

معادله مکان یا مکان لحظه آخر

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 شتاب سرعت اولیه مکان اولیه

$$v = \frac{dx}{dt} = at + v_0 \quad \bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

چون شتاب ثابت است شتاب لحظه آخر و متوسط برابر است $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x$$

معادله مستقل از زمان

✓ مثال: معادله حرکت جسمی با رابطه $x = -3t^2 + 2t - 1$ داده شده است مطلوب است

الف) نوع حرکت؟ رجه معادله = 2: حرکت با شتاب ثابت

ب) مکان اولیه؟ $x_0 = -1$ (ب)

ج) سرعت اولیه؟ $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$

$$x = -3t^2 + 2t - 1 \quad v_0 = 2 \frac{m}{s}$$

د) شتاب حرکت؟ لحظه = شتاب ثابت $\frac{1}{2}a = -3 \quad a = -6 \frac{m}{s^2}$

ه) معادله سرعت؟ $v = \frac{dx}{dt} = -6t + 2$ 1) $v = at + v_0 = -6t + 2$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-66 - 9}{5 - 2} = \frac{-75}{3} = -25 \frac{m}{s}$$

ز) سرعت متوسط از 2 تا 5 ثانیه $x_5 = -3(5)^2 + 2(5) - 1 = -66$

$$\bar{v} = \frac{v_5 + v_2}{2} = \frac{-28 + (-10)}{2} = -19 \frac{m}{s}$$

ل) سرعت لحظه ای در لحظات $t=5$ و $t=2$ $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a = \bar{a}$$

م) شتاب متوسط از لحظه 2 تا 5 ثانیه

ی) پس از 5s جابه جایی جسم چقدر است؟ (ی)

$$\Delta x = x_{10} - x_0$$

$$\Delta x = -3(10)^2 + 2(10) - 1 = -281m$$

$$\Delta x = -281 - (-1) = -280m$$

TANDIS

استند اتوبوسی که در فاصله ۲۵m از یک مانع با سرعت $40 \frac{km}{h}$ در حرکت است ترمز می کند تا اتوبوس بعد از ۲.۵

$$v_0 = 11.11$$

$$v_f = 0$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$x = \frac{1}{2}a(t)^2 + (11.11)(t) + 0$$

$$20 \frac{km}{h} = 5.56 \frac{m}{s}$$

حرکت با سرعت متغیر - شتاب متغیر

تعبیر از x است بارجه ۲ -
با شتاب

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \frac{\Delta x}{\Delta t} & \text{سرعت متوسط} \\ v &= \frac{dx}{dt} & \text{سرعت لحظه‌ای} \\ \bar{a} &= \frac{\Delta v}{\Delta t} & \text{شتاب متوسط} \\ a &= \frac{dv}{dt} & \text{شتاب لحظه‌ای} \end{aligned}$$

مثال: بارجه به رابطه $x = 3t^3 - 5t^2 + 1$ به سوالات زیر پاسخ دهید:

- (۱) نوع حرکت: درجه ۳ - معادله شتاب متغیر با سرعت متغیر
- (۲) مکان اولیه؟ عدد ثابت در معادله (جای $t=0$ قرار می‌دهیم)
- (۳) سرعت اولیه؟ $v_0 = 0$ ← معادله سرعت
- (۴) سرعت لحظه‌ای در لحظه $t=2$: $v = 9(2)^2 - 10(2) = 16 \frac{m}{s}$
- (۵) سرعت متوسط از $t=0$ تا $t=2$ ثانیه: $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{5-1}{2-0} = \frac{4}{2} = 2 \frac{m}{s}$
- (۶) شتاب لحظه‌ای در لحظه $t=2$: $a = 18t - 10 = 18(2) - 10 = 26 \frac{m}{s^2}$
- (۷) شتاب متوسط از $t=0$ تا $t=2$ ثانیه: $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{16-0}{2-0} = \frac{16}{2} = 8 \frac{m}{s^2}$

$$7) a = \frac{dv}{dt} = 18t - 10$$

$$r) \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{16-0}{2-0} = \frac{16}{2} = 8 \frac{m}{s^2}$$

$$v_{2s} = 9(2)^2 - 10(2) = 36 - 20 = 16 \frac{m}{s}$$

نیروی کشش و برهم کشش اجسام

انواع نیرو

۱- نیرو کشش - تعادل نیروی در جسم دارای جرم

۲- نیروی الکتریکی =

۳- نیروی توی هسته ای (ضعیف هسته ای) واپاشی رات هسته ای

۴- نیروی دین

۵- نیروی فن

۶- نیروی اصطکاک

تعریف نیرو:

اینوتن عملیات است از نیرویی که به جسم 1 kg به شتاب 1 m/s^2 وارد می کند.

قانون اول نیوتن = تا زمانی که به جسم نیرویی وارد نشود جسم در حال تعادل است و حال حرکت جسم تغییر نمی کند (قانون لختی)

منظور از حالت حرکت یعنی اگر جسم در حال سکون است ساکن بماند و اگر در حال است با سرعت ثابتی به حرکت خود ادامه می دهد.

قانون دوم نیوتن:

برای نیروهای وارد بر جسم با حاصل ضرب جرم جسم در شتاب جسم برابر است

شتاب وارد بر جسم با نیرو کشش مستقیم و با جرم جسم نسبت عکس دارد.

✓ قانون سوم: قانون سوم نیوتن: قانون عمل و عکس العمل است.
برای هر عمل عکس العمل است مساوی با آن و در خلاف جهت.

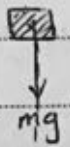
آیا نیروی جاذبه کششی می کشد؟ خیر زیرا در عمل و عکس العمل نیرو به دو جسم وارد می کند.

معرفی نیروی

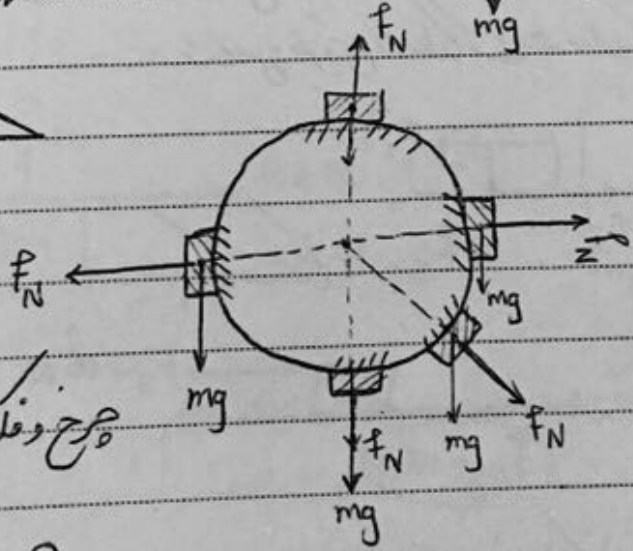
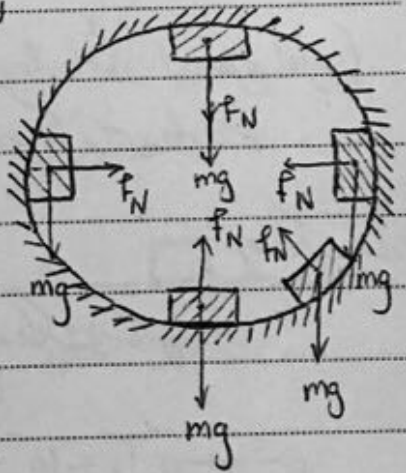
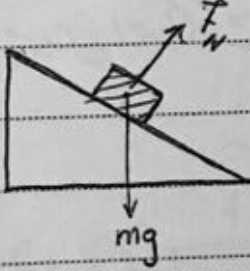
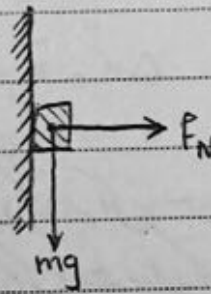
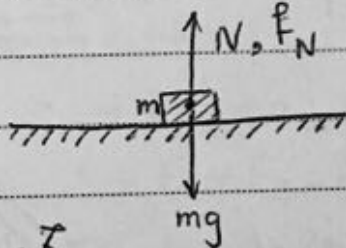
۱

۱- نیروی وزن $W = mg \rightarrow \frac{m}{s^2}$
 kg

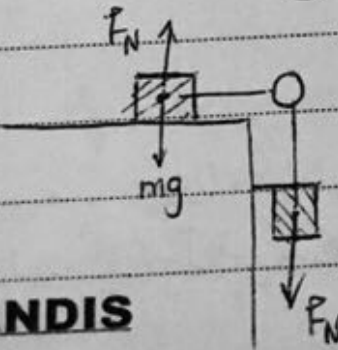
سیخ افقی



۲- نیروی عمود بر سطح



چرخ و فلک



نیروی عمود بر سطح
ندارد چون سطح وجود ندارد

قانون دوم نیوتن

$$\vec{\Sigma F} = m\vec{a} \Rightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = ma_x \\ \Sigma F_y = ma_y \\ \Sigma F_z = ma_z \end{cases}$$

چون در فضای دوبعدی می‌باشیم

$$F = -k \Delta x$$

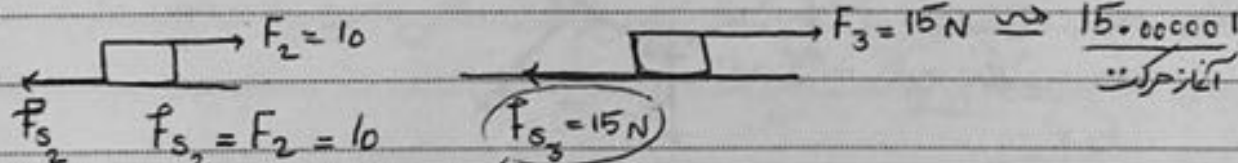
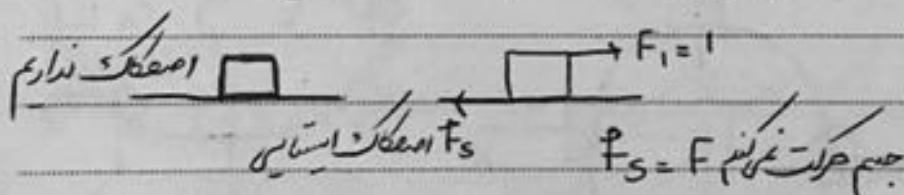
۳- نیروی فنر

$$(N) F = -k \Delta l \rightarrow \text{تغییرات طول فنر که ثابت فنر}$$

($\frac{N}{m}$)

$$\Delta l = l_1 - l_0 \quad \Delta x = x_1 - x_0$$

۴- نیروی اصطکاکی ← زمانی نیرو وجود دارد که به آن نیرو وارد شود (قانون اول)
زمانی نیروی اصطکاکی وجود دارد که به آن نیرو وارد شود.



$f_{s \max}$: نیروی اصطکاکی استاتیکی ماکزیمم (اصطکاکی استاتیکی که شروع حرکت)

$$f_s = \mu_s \cdot F_N$$

نیروی عمود بر سطح

نیروی اصطکاک جنبشی یا
لغزش f_k

$$P_K = \mu_K P_N$$

$$0 < \mu_K < \mu_S < 1$$

← *

9F, 14, 1A

10 miles

در مدائش در عرکات جنم میخیزد اسرک عجب عرکات + اسرک + راسرک + چپ منفرد

7 minutes

$F_1 = 12\text{ N}$ $F_3 = 18\text{ N}$
 $F_4 = 20\text{ N}$ $F_2 = 10\text{ N}$

$$\Sigma F = \begin{cases} \Sigma F_x \\ \Sigma F_y \end{cases}$$

$$\sum F = 0$$

$$\Sigma F_x = ma_x$$

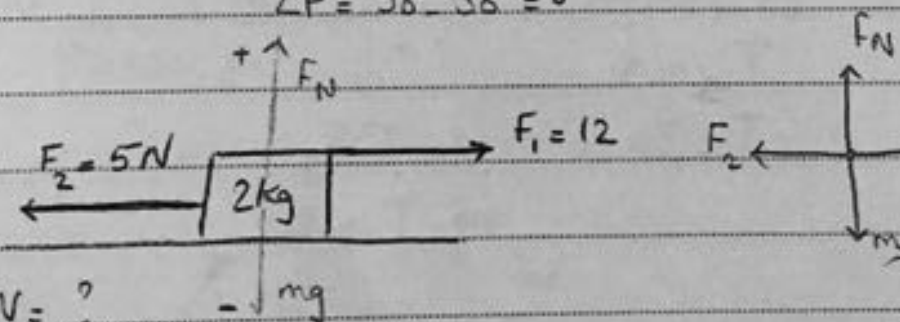
$$a = 2$$

$$F_1 = F_2 + F_3 - F_4 = 100 \text{ N}$$

$$12 - 10 + 18 - 20 = 10a$$

$$0 = m_a = \log a \rightarrow a = 0$$

$$\Sigma F = 30 - 30 = 0$$



F, 2 lines
IT Diagram

$$F_N = ?$$

$$a_y = ?$$

هنگامی که سطح بوی سطح قرار گرفته باشد در راستای محور قائم
با حرکت نمی کند با حرکت با سرعت ثابت و ثابت و ثابت باشد

$$a_f = 0$$

$$\sum F_y = ma$$

$$F_N - mg = ma$$

$$F_N - 2 \times 10 = 2 \times 0 \rightarrow F_N = 20 \text{ N}$$

مثال ۱۲: دو گلوله با جرم ۱۲ و ۵ کیلوگرم به هم برخورد می‌کنند. اگر سرعت اولیه گلوله ۱۲ کیلوگرم ۱۲ م بر ثانیه و گلوله ۵ کیلوگرم ۵ م بر ثانیه باشد، سرعت نهایی آن‌ها را بیابید.



مشروط می‌شود که دو گلوله به هم برخورد می‌کنند و به هم می‌چسبند.

Subject: _____
Year: _____ Month: _____ Day: _____ ()

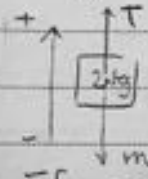
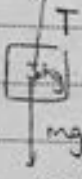
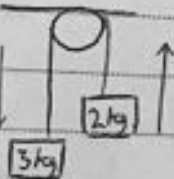
$$\sum F_x = ma$$

$$F_1 - F_2 = ma$$

$$12 - 5 = 2a$$

$$7 = 2a$$

$$a = \frac{7}{2} = 3.5 \frac{m}{s^2}$$



$$\sum F_y = ma$$

$$\sum F_y = ma$$

$$T = ?$$

$$mg - T = ma$$

$$T - mg = 2a$$

$$a = ?$$

$$30 - T = 3a, \quad T - 20 = 2a_2$$

$$T - mg = ma$$

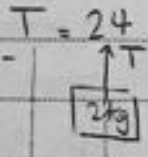
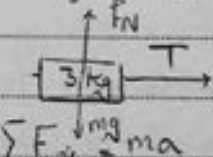
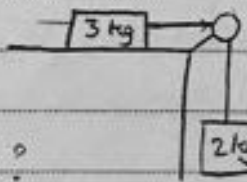
$$mg - T = ma$$

$$\begin{cases} 30 - T = 3a \\ T - 20 = 2a \end{cases}$$

$$T - 20 = 2(2)$$

$$10 = 5a \rightarrow a = \frac{10}{5} = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$-20 - 4 = -T$$



$$\sum F_x = ma$$

$$T = ma$$

$$T = 24$$

$$T = ?$$

$$T = 3a$$

$$\sum F_y = ma$$

$$a = ?$$

$$\begin{cases} T = 3a \\ 20 - T = 2a \end{cases}$$

$$mg - T = 2a$$

$$20 - T = 2a$$

$$20 = 5a \quad a = \frac{20}{5} = 4 \frac{m}{s^2}$$

$$T = 3(4) \Rightarrow T = 12$$

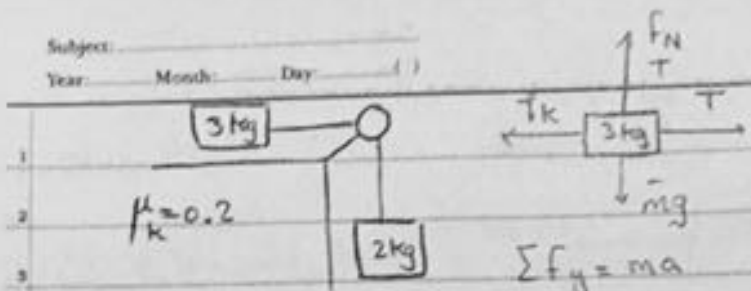
مثال ۲۴: یک گلوله با جرم ۲ کیلوگرم به سمت راست با سرعت ۲۰ م بر ثانیه حرکت می‌کند. یک گلوله دیگر با جرم ۳ کیلوگرم به سمت چپ با سرعت ۱۰ م بر ثانیه حرکت می‌کند. اگر این دو گلوله به هم برخورد کنند و به هم می‌چسبند، سرعت نهایی آن‌ها را بیابید.

TANDIS: در ضرب اعداد اعشاری ۲۰ و ۲ کیلوگرم ۲۰ م بر ثانیه و ۳ کیلوگرم ۱۰ م بر ثانیه.



$$v_f = at + v_i$$

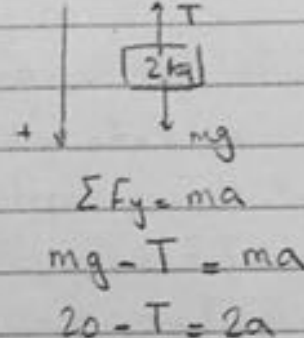
Subject: _____
Year: _____ Month: _____ Day: _____



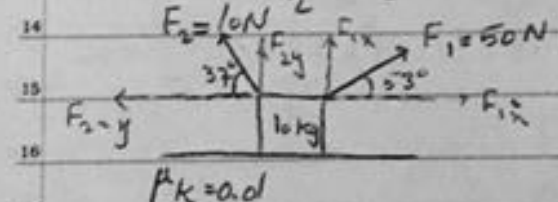
5 line ✓

$$\begin{aligned} T &= ? \\ a &= ? \\ \Sigma F_y &= ma \\ F_N - mg &= ma \\ F_N - 30 &= 3(a) \\ F_N &= 30N \\ \Sigma F_x &= ma \\ T - F_k &= 3a \\ T - 6 &= 3a \\ T - 6 &= 3(2.8) \\ T &= 14.4N \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_k &= \mu_k F_N \\ f_k &= 0.2 \times 30 = 6 \end{aligned}$$



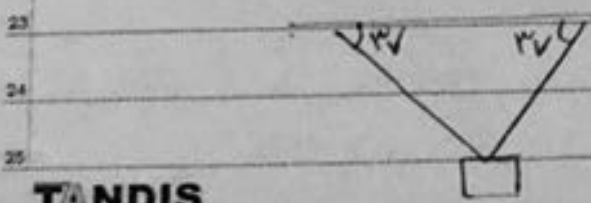
$$\begin{aligned} T - 6 &= 3a \\ 20 - T &= 2a \\ 14 &= 5a \\ a &= \frac{14}{5} \frac{m}{s^2} = 2.8 \frac{m}{s^2} \end{aligned}$$



.67 line

$$a = ?$$

مثال: در شکل مقابل، گوی مسطح را با دو نخ به یک نقطه وصل کنید. (معمولاً در کتاب) $(mg = 200)$
 $\cos 37^\circ = 4/5$
 $\sin 37^\circ = 3/5$



TANDIS